

MATEMATIKA-FEJLESZTŐKARTOTÉK

3. RÉSZ, FE 20-AS SZK

Számolási nehézségek elkerülése –
Matematikai gondolkodás a kezdettől fogva



20

19

6

14

15

1

3



Interreg
Austria-Hungary

European Union – European Regional Development Fund

CODES AT-HU



Bildungsdirektion
Wien



Impresszum

Szerkesztő és médiatulajdonos:

Bildungsdirektion für Wien – Wipplingerstraße 28, 1010 Bécs

Kidolgozás (2021) az Európai Regionális Fejlesztési Alap támogatásával létrejött CODES ATHU74 projekt keretein belül „Kompetenciaközpontú tanítás az általános iskolában a határon átnyúló régiókban Ausztria és Magyarország között”:

Ingrid Polak

Elisabeth Rudas

Általános irányítás:

Bildungsdirektion für Wien, Europa Büro

Caroline Jäckl

Design: grafik atelier laufwerk

Nyomtatás: print+marketing, Schaffer-Steinschütz Ges.m.b.H

Minden jog fenntartva

© 2021, Bildungsdirektion für Wien

A Matematika Kezdőcsomagban található valamennyi segédanyag a

<https://europabuero.wien/startboxmathematik> linken tölthető le.

Nem vállalunk felelősséget a jelen kiadványban hivatkozott, harmadik féltől származó weboldalak tartalmáért, mivel azokat nem fogadjuk el sajátjainknak, hanem csupán utalunk az eredeti közzétételkori állapotukra.



Tartalom Kartoték 3. rész SZK

3. RÉSZ, FEJLESZTÉS 20-AS SZK

Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, keresztutalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

• A 20-as számkör felépítése

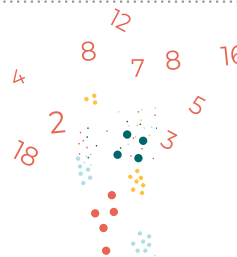
Bevezetés a helyiérték témakörbe egymásba illeszthető kockákkal	20-AS SZK / 1-es kártya
Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal	20-AS SZK / 2-es kártya
Bevezetés a helyiérték témakörbe helyiértéket szemléltető eszközökkel	20-AS SZK / 3-as kártya
Csoportosítás és szétbontás helyiértéket szemléltető eszközökkel	20-AS SZK / 4-es kártya
Helyiérték táblázat – Elsajátítás	20-AS SZK / 5-ös kártya
A helyiérték táblázat használata	20-AS SZK / 6-os kártya
Számnevek sora és előre számlálás 20-ig	20-AS SZK / 7-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól kezdve	20-AS SZK / 8-as kártya
Visszaszámlálás 20-tól	20-AS SZK / 9-es kártya
Húszas mező – Elsajátítás („A 10-es ereje”)	20-AS SZK / 10-es kártya
Húszas mező – Automatizálás („Az 5-ös ereje”)	20-AS SZK / 11-es kártya
Számképek 11-től 20-ig – Elsajátítás	20-AS SZK / 12-es kártya
Számképek 11-től 20-ig – Automatizálás	20-AS SZK / 13-as kártya
Számok írása 20-ig	20-AS SZK / 14-es kártya
Szomszédos számok – Eggyel több / eggyel kevesebb a 20-as számkörben	20-AS SZK / 15-ös kártya
Helyiérték megértése: 10-zel több / 10-zel kevesebb	20-AS SZK / 16-os kártya
„A fontos nulla”	20-AS SZK / 17-es kártya

Tartalom Kartoték 3. rész SZK

• Matematikai műveletek a 20-as számkörben

Matematikai műveletek helyiértékekkel („A 10-es ereje”) a 20-as számkörben	20-AS SZK / 18-as kártya
Analógiás feladatok a 20-as számkörben	20-AS SZK / 19-es kártya
Analógiák és számolási stratégiák	20-AS SZK / 20-as kártya
Tízestlépés – Duplázás	20-AS SZK / 21-es kártya
Tízestlépés – „Az 5-ös ereje”	20-AS SZK / 22-es kártya
Tízestlépés – Duplázás + 1 / – 1	20-AS SZK / 23-as kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége	20-AS SZK / 24-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása tízestlépésnél a 20-as számkörben	20-AS SZK / 25-ös kártya
Kiegészítés 20-ra	20-AS SZK / 26-os kártya
Szétbontás ($20 - \underline{\quad}$)	20-AS SZK / 27-es kártya
Tízestlépés – Felezés	20-AS SZK / 28-as kártya
Tízestlépés – „Az 5-ös ereje”	20-AS SZK / 29-es kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége ($11 - \underline{\quad}$, $\underline{\quad} - 9$)	20-AS SZK / 30-as kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége (ahol az eredmény 9) és számszomszédos feladatok	20-AS SZK / 31-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása tízestlépésnél a 20-as számkörben	20-AS SZK / 32-es kártya

Szójegyzék – A használt szakkifejezések magyarázatai
Irodalomjegyzék



Tartalom (Id. kartoték, 1. rész, DIAGNÓZIS)

1. RÉSZ, DIAGNÓZIS

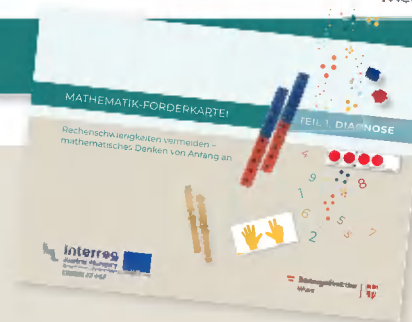
Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, kereszttalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

• Mennyiségi fogalom

Minta folytatása	D / 1-es kártya
A mennyiség állandósága	D / 2-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása	D / 3-as kártya
Tőszám és sorszám	D / 4-es kártya

• A 10-es számkör felépítése

Számnevek 10-ig növekvő és 10-től csökkenő sorrendben	D / 5-ös kártya
Számlálás	D / 6-os kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól – előre és visszafelé	D / 7-es kártya
Az egy, ill. két kézen található ujjak száma	D / 8-as kártya
Ujjképek megnevezése és bemutatása	D / 9-es kártya
Tíz-es mező– Mennyiségek „kvázi-szimultán” felismerése és megnevezése	D / 10-es kártya
Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb	D / 11-es kártya
Számok megnevezése	D / 12-es kártya
Számok diktálása	D / 13-as kártya
Rendszerezett mennyiségek hozzárendelése a számokhoz	D / 14-es kártya
Számok elemekre bontása	D / 15-ös kártya



Tartalom (Id. kartoték, 1. rész, DIAGNÓZIS)

• Matematikai műveletek a 10-es számkörben

Műveletek megértése összeadásnál	D / 16-os kártya
Összeadások a 10-es számkörben	D / 17-es kártya
Műveletek megértése kivonásnál	D / 18-as kártya
Kivonások a 10-es számkörben	D / 19-es kártya

• A 20-as számkör felépítése

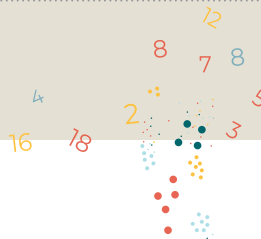
10-es csoportosítás	D / 20-as kártya
Számnevek 20-ig növekvő és 20-tól csökkenő sorrendben	D / 21-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé	D / 22-es kártya
Húszas mező – Mennyiségek „kvázi-szimultán” felismerése és megnevezése	D / 23-as kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb	D / 24-es kártya
Számok megnevezése	D / 25-ös kártya
Számok diktálása	D / 26-os kártya
Rendszerezett mennyiségek hozzárendelése a számokhoz	D / 27-es kártya
Helyiérték megértése: 10-zel több / 10-zel kevesebb	D / 28-as kártya

• Matematikai műveletek a 20-as számkörben

Összeadások tízesátlépés nélkül	D / 29-es kártya
Kivonások tízesátlépés nélkül	D / 30-as kártya
Összeadások tízesátlépéssel	D / 31-es kártya
Kivonások tízesátlépéssel	D / 32-es kártya

Szójegyzék– A használt szakkifejezések magyarázatai

Irodalomjegyzék



Tartalom (1d. kartoték 2. rész, FEJLESZTÉS 10-ES SZK)



2. rész, FEJLESZTÉS 10-ES SZK

Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, keresztutalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

• Mennyiségi fogalom

Minták felismerése és folytatása	10-ES SZK / 1-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása – Elsajátítás (több, kevesebb, ugyanannyi)	10-ES SZK / 2-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása – Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés	10-ES SZK / 3-as kártya
A tőszám és sorszám megkülönböztetése	10-ES SZK / 4-es kártya

• A 10-es számkör felépítése

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom	10-ES SZK / 5-ös kártya
Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák	10-ES SZK / 6-os kártya
Ujjképek az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 7-es kártya
Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése” 5-ig	10-ES SZK / 8-as kártya
Mennyiségek részhalmazokra bontása az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 9-es kártya
Ujjképek megnevezése és mutatása – Elsajátítás	10-ES SZK / 10-es kártya
Tíz-es mező – Elsajátítás és mennyiségi fogalom „az 5-ös erejével”	10-ES SZK / 11-es kártya
Ujjképek automatizálása – Matematikai műveletek előkészítése	10-ES SZK / 12-es kártya
Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra	10-ES SZK / 13-as kártya
Visszafelé számlálás	10-ES SZK / 14-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé	10-ES SZK / 15-ös kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a mennyiségeknél	10-ES SZK / 16-os kártya
Számképek a mennyiségekkel összefüggésben	10-ES SZK / 17-es kártya
Számképek írásmódja	10-ES SZK / 18-as kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a számoknál	10-ES SZK / 19-es kártya
Számok bontása az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 20-as kártya

Tartalom (1d. kartoték 2. rész, FEJLESZTÉS 10-ES SZK)



Számok bontása a 10-es számkörben	10-ES SZK / 21-es kártya
Mennyiségek „ellenkező irányú megváltoztatása“	10-ES SZK / 22-es kártya
• Matematikai műveletek a 10-es számkörben	
Műveletek megértése: Összeadás – Elsajátítás	10-ES SZK / 23-as kártya
Műveletek megértése: Összeadás – Automatizálás	10-ES SZK / 24-es kártya
Műveletek megértése: Kivonás – Elsajátítás	10-ES SZK / 25-ös kártya
Műveletek megértése: Kivonás – Automatizálás	10-ES SZK / 26-os kártya
Fordított műveletes ellenőrző feladatok – Összeadás és kivonás	10-ES SZK / 27-es kártya
Számolási stratégia: $+1 / -1$ (eggyel több / egyvel kevesebb)	10-ES SZK / 28-as kártya
Számolási stratégia: A számok kézzel való bontása („az 5-ös ereje“)	
fordított műveletes ellenőrző feladatokkal	10-ES SZK / 29-es kártya
Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a számok kézzel való bontásakor („az 5-ös ereje“)	10-ES SZK / 30-as kártya
Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a $+1$ -es feladatoknál	10-ES SZK / 31-es kártya
Számolási stratégia: Duplázás	10-ES SZK / 32-es kártya
Számolási stratégia: Felezés	10-ES SZK / 33-as kártya
Számolási stratégia: Duplázás $+1 / -1$	10-ES SZK / 34-es kártya
Számolás nullával	10-ES SZK / 35-ös kártya
A 10 bontásai – Elsajátítás	10-ES SZK / 36-os kártya
A 10 bontásai – Automatizálás	10-ES SZK / 37-es kártya
Számszomszédos feladatok összeadásnál és „szép csomagok“	10-ES SZK / 38-as kártya
Számszomszédos feladatok kivonásnál és „szép csomagok“	10-ES SZK / 39-es kártya
Ellenkező irányú változtatás és „szép csomagok“	10-ES SZK / 40-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása	10-ES SZK / 41-es kártya
Kiegészítés – Elsajátítás	10-ES SZK / 42-es kártya
Kiegészítés – Automatizálás	10-ES SZK / 43-as kártya

Szójegyzék – A használt szakkifejezések magyarázatai

Irodalomjegyzék

Bevezetés

Az első tanévben felmerülő számolási nehézségek gyakran úgy mutatkoznak meg, hogy a gyermekek nagyon lassan dolgoznak és néha a legegyszerűbb feladatokat is az ujjakon való számlálással oldják meg. Ezek a gyermekek legtöbbször nem értik a mennyiségeket és a számokat, valamint az azok közötti összefüggéseket. Pedig ez a rugalmas és biztos számolás előfeltétele.

Ahhoz, hogy a kezdeti tanítás során ellensúlyozzuk a számolási nehézségeket, az alábbi dolgokra van szükségünk:

- egy diagnózisra a gyermek tanulási szintjéről,
- fejlesztésre, ami segít lépésről lépésre kifejleszteni a gyermekek matematikai megértését,
- strukturált anyagra a matematikai tartalmak szemléltetéséhez,
- a matematika nyelvének célzott elsajátítására,
- rövid, rendszeres gyakorlásra és bevésésre.

Figyelembe kell venni, hogy minden gyermeknek különböző hosszúságú időre van szüksége a matematikai megértés és tudás megszerzéséhez.

Mind a diagnózis, mind a fejlesztés során a gyermek matematikai megértésének a megfigyelése áll a középpontban.

Minél célzottabb a megfigyelés, annál egyértelműbbé válik, hogy hol tart a gyermek a fejlődésében és milyen fejlesztő intézkedéseket kell hozni, ill. hogy mennyire hatékonyak ezek a fejlesztő intézkedések.

A kartoték segíti a tanító munkáját abban, hogy minden gyermek – a matematikában elért fejlődési szintjétől függetlenül – már a kezdetektől fogva ki tudja fejleszteni a megfelelő matematikai koncepciókat.

A kartoték felépítése

A Matematika-Fejlesztőkartoték három részből és egy mellékletből áll:

1. RÉSZ, DIAGNÓZIS

- ▶ Mennyiségi fogalom
- ▶ A 10-es számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 10-es számkörben
- ▶ A 20-as számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 20-as számkörben

2. RÉSZ, FEJLESZTÉS 10-ES SZK

- ▶ Mennyiségi fogalom
- ▶ A 10-es számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 10-es számkörben

3. RÉSZ, FEJLESZTÉS 20-AS SZK

- ▶ A 20-as számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 20-as számkörben

A MATEMATIKA-FEJLESZTŐKARTOTÉK MELLÉKLETE:

- ▶ **„Fejlesztési dokumentáció“:** Ebben a Matematika-Fejlesztőkartotékhoz hasonlóan rögzíteni lehet a megfelelő megfigyeléseket, ill. a fejlődés lépéseit a diagnózisban és fejlesztésben. A gyermek számára kialakított egyéni fejlesztési tervként is használható.
- ▶ **„Diagnosztikai kompetenciaprofil“ (DK):** A DK-t a „fejlesztési dokumentációhoz” hasonlóan egy individuális fejlesztési terv részeként használhatjuk mint megfigyelési eszközt. Annak érdekében, hogy a DK-t jól lehessen alkalmazni a gyakorlatban, az adott tananyagoknál rövidítések találhatók, amik a Matematika-Fejlesztőkartotékre vonatkoznak.
- ▶ **„Sablonok” a diagnózishoz és a fejlesztéshez:** A sablonokat le is lehet tölteni, valamint fénymásolható sablonként is rendelkezésre állnak. Továbbá mellékelünk egy csomag kivágható sablont is a Matematika Kezdőcsomaghoz.

A kartoték felépítése – Diagnóziskártyák

Képekkel és/vagy szövegborékokkal mutatjuk be a **diagnosztikai célú feladatot** és a **szükséges eszközöket**.

Mennyiségi fogalom

Minta folytatása

DIAGNÓZIS D/1

Tanító

A tanító az első mintát a feladat szerint írta le:
„Hogyan folytatódik a minta?”

Gyermek

A gyermek folytatja a mintát és a saját szavakkal jelenti azt.
Ha a gyermek helyesen folytatja és írja le a mintát,
akkor megkapja a következőt:

A **tanító** az utasítások szerint végzi el a diagnosztikai célú feladatot és közben megfigyeli a **gyermeket**. A jobb oldalon találhatóak a lehetséges helyes megoldások.

A megadott **megfigyelések** jelezhetik a tanár számára, hogy a gyermek matematikai megértése nem megfelelő, és segíthetnek a diagnosztikai nézet finomításában.

Mennyiségi fogalom

Minta folytatása

DIAGNÓZIS D/1

Megfigyelés

- A gyermek nem tudja folytatni és leírni a mintát.
- A gyermek tudja folytatni a mintát, de nem tudja leírni azt (esetleg helytelen szöveggel).
- A gyermek nem ismeri fel a nehezebb mintákat.

Fejlesztés / Fejlesztőkártya

- Minták felismerése és folytatása 10-ES SZK / 1 nyelvki-lelissal
- Minták felismerése és folytatása 10-ES SZK / 1 nyelvki-lelissal
- Minták felismerése és folytatása 10-ES SZK / 1 nyelvki-lelissal

A gyermek helyesen folytatja a mintát

A mennyiségfogalom és a számok felépítésének szamos előfeltétele közül az egyik adott 10-ES SZK / 1-től 10-ES SZK / 4-ig, ill. 10-ES SZK / 5-től 10-ES SZK / 22-ig

Az adott megfigyelésből következik a **fejlesztés** ajánlása, ill. egy utalás a megfelelő fejlesztőkártyára.

A kartoték felépítése – Fejlesztőkártyák

Képekkel és / vagy szövegborítókkal a **fejlesztési célú feladatot** mutatjuk be.

„A buktatók elkerülése” rész azt jelzi, hogy a gyermeknek milyen előzetes ismeretekre van szüksége ehhez a feladathoz .
A más fejlesztőkártyákra vonatkozó keresztutalások elősegítik a fejlesztési folyamat felépítését.

Felsoroljuk az ehhez a fejlesztéshez szükséges **eszközöket**.

Az „Itt találd a FOLYTATÁST!” kitekintést nyújt a következő lehetséges tananyagra.

20-as számkör felépítése

Bevezetés a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/1

Fontos tudnivalók
Az egymásba illeszthető kockák segítségével szemléltetni az egyeseket és a tízeseket, ezzel fejlesztve a helyiértékes számrendszer * és a decimális felépítés * megértését

A buktatók elkerülése
Azt jelzi, hogy 10 kocka összeillesztésével egy tízes ruport készítenek, kikapcsol a gyermekekben a helyiérték megértése. Fontos, hogy a cselekvést nyelvről is kövessék.
Az anyagot újra és újra elővehetjük a matematikai műveletek foglalkozáshoz, gyakorlásához, automatizálásához és elmélyítéséhez

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével
A gyermekek elvárásainak kell megfelelni a csoporttalálkozó és a szöveges feladatok, hogy megértsék a helyiértéki közötti kapcsolatot. A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számokhoz korlátozzuk, hanem nagyobb mennyiségű kockával is dolgozzunk.
(Id. Csoporttalálkozó egymásba illeszthető kockákkal 20-AS SZK/2)

A 20-as számkör felépítése

Bevezetés a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/1

(gy járj el!)
Anyagok: Egyforma illeszthető kockák
Nyelv: Egyetlen tízes, egyes kocka, tízes, rúd
Hány darab kockára van szükség egy tízes rúdhoz?
Cselekvés • 13 kocka helyiérték el rendezetlennel az asztalon.
T: „Azonnal fel tudod mérni, hogy mennyi kocka van az asztalon? Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy egy pillanatra alatt meg tudj állapítani?”
A gyermek tudja: „5 meg 5 az 10” majd összeszede 5 piros és 5 kék kockát. „Ez összesen 10.”
Három egyes kocka marad még
T: „Ez egy tízes és három egyes”
T: „Hány darab egyes kockára van szükség egy tízes rúdhoz?”
A gyermek kiad 10 egyes kockát, ez egy új tízes rúd össze áll.

Itt találd a FOLYTATÁST! • Csoporttalálkozó egymásba illeszthető kockákkal 20-AS SZK/2

A „Fontos tudnivalók” rész a tanító számára rövid információkat közvetít a matematikai tartalommal kapcsolatban.

A matematikai gondolkodási folyamatokat elsősorban az eszközökkel való foglalkozkodás és a cselekvés nyelvi kísérete fejleszti és mélyíti el.

A „Nyelv” rész alatt az elsajátításhoz és / vagy gyakorláshoz szükséges szókincset és mondat szerkezeteket soroljuk fel.

A „Cselekvés” rész alatt pontosan leírjuk a tanító részére a fejlesztési folyamatát. Némelyik fejlesztőkártya kiegészítő változatokat is tartalmaz.

Keresztutalások

Csillag *

Azokat a használt szakkifejezéseket, amelyeket nem közvetlenül az adott kártyán magyarázunk meg, „csillaggal” jelöltük meg és a szójegyzékben találhatóak.

Szemüveg



Továbbá némelyik fejlesztőkártyán egy szemüveg szimbóluma található. Ez mutat rá arra, hogy ezen a ponton különösen hívjuk fel a gyermek figyelmét a „matematikai látásmódra”: „*Mit fedezel fel?*” „*Mi tűnik fel?*”

Aláhúzások

A fejlesztőkártyák hátoldalán aláhúzással jelölt segédanyagok (pl. számkártyák) a Matematika Kezdőcsomagban találhatóak kivágható formában, ill. le is lehet őket tölteni az alábbi linken: <https://europabuero.wien/startboxmathematik>. Továbbá mind a diagnózis-, mind a fejlesztőkártyákon hivatkozunk a Matematika-Fejlesztőkartoték más kártyáira, aláhúzással jelölve azokat (pl. 10-ES SZK /3).

Irodalomjegyzék

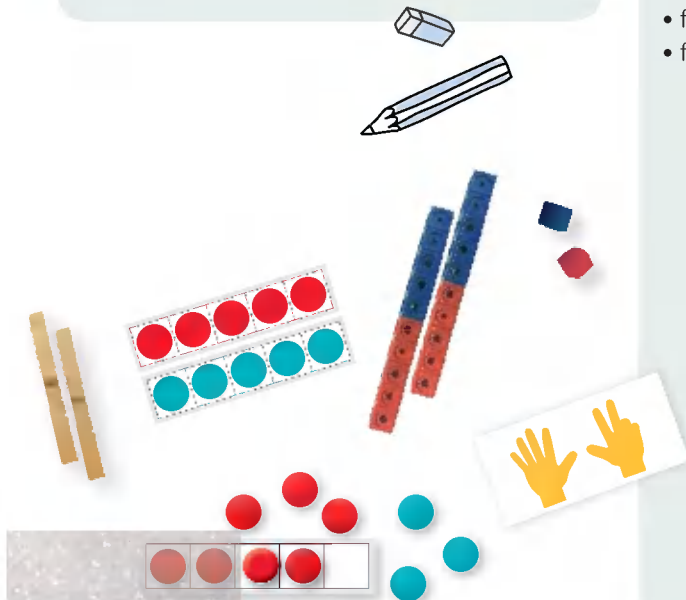


A „Nehézségek a számolni tanuláskor” témakörrel való további, ill. elmélyítő foglalkozáshoz az irodalomjegyzékben találunk javaslatokat.

Szükséges eszközök

Papír és tollak

- sima papír, vagy egy sima füzet
- ceruza és radír
- piros és kék színes ceruza



Eszközök a „Matematika Kezdőcsomagból”

- piros-kék korongok
- piros és kék egymásba illeszthető kockák
- helyiértéket szemléltető eszközök (tízes rudak, egyes kockák)
- fedőszalag
- fénymásolható / kivágható sablonok:
 - Minta lerakása
 - Ujjképek
 - Ötös, tízes, húszas mezők és Szétbontás az 5-ös számrendszerben korongokkal
 - Korongos számolószalag
 - Mennyiségek ábrázolása
 - Számkártyák (0-20)
 - Mennyiségképek (0-20)
 - Kártyák a számok bontásához, 5, 10, üres
 - Műveletkártyák és műveleti jelek
 - Helyiérték kártyák
 - Helyiérték táblázat
 - Számolós színezők a diagnózishoz
 - Számítások a diagnózishoz
 - Egy-meg-egy táblázat
 - Egy-mínusz-egy táblázat
 - Az egy-meg-egy és az egy-mínusz-egy táblázat számítási kártyái

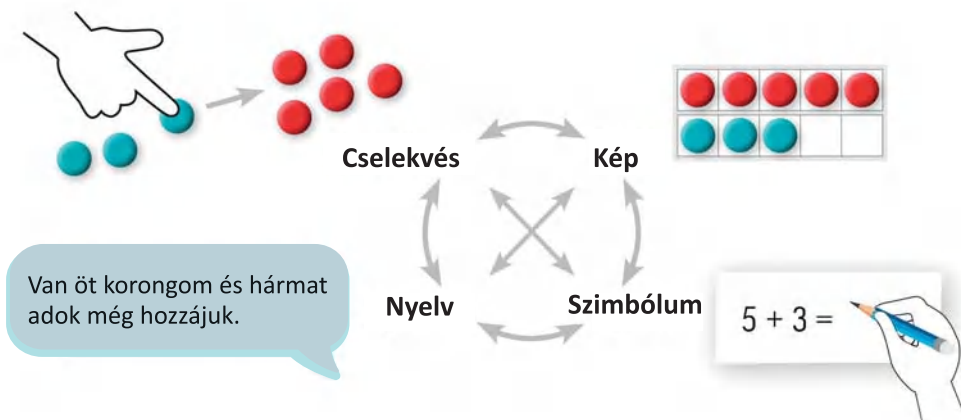
Didaktikai alapelvek

1. Ábrázolási formák változtatása és összekapcsolása – „Fordítások”

A matematikai megértés megteremtésére és elmélyítésére a különböző ábrázolási formák összekapcsolásával kerül sor.

Az egyik ábrázolási formáról egy másikra való „fordítás” a fejlesztés központi feladata.

A matematikai tartalmat feldolgozzuk az egyik ábrázolási formában, majd lefordítjuk azt egy másik ábrázolási formára és végül alkalmazzuk egy továbbiánál. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlatok kiindulási pontjaként.



Didaktikai alapelvek

2. Az eszközök kiválasztása és alkalmazása

Minden eszközt önálló tananyagként kell elsajátítani. Ezt úgy kell elrendezni, hogy egy halmaz elemeinek számát egy pillantás alatt fel lehessen mérni (= „Kvázi-szimultán felismerés”). Az eszközökkel való foglalatосkodás által különböző kontextusokban mentális képek alakulnak ki. A cél, hogy a gyermek képes legyen a feladatokat csak gondolatban megoldani és ne legyen többé szüksége az eszközökre. Ha a gyakorlati szakaszban megértési nehézségek merülnek fel, akkor az eszközöket újra fel kell használni.

3. Matematikai nyelv

A gyermekek mindennapi szókincséből kiindulva kerül sor a matematikai fogalmak és kifejezések elsajátítására (pl. hozzáadni → plusz, elvenni → mínusz). Így lehet célzottan gyakorolni a matematikai szókincsét és a megfelelő mondat szerkezeteket, valamint elmélyíteni a szaknyelv felépítését. A konkrét kérdések fejlesztik a szókincs használatát: „Mi tűnik fel?” „Mi marad ugyanaz?” „Mi változott meg?” ... A gyermek válaszai elárulják a gondolatmenetét.

Az ismétlődő gyakorlatok során a gyermekek begyakorolják a nyelvi és mondat szerkezeteket, amik ezáltal bevéсődnek.

4. Spirálszerű felépítés

A „spirálszerű felépítés” két didaktikai alapelvet követ: „A könnyűtől a nehézig” és „A már meglévő ismeretekre való építés”.

Ez azt jelenti, hogy a matematikai megértést egy kisebb számkörben (pl. 5-ÖS SZK) építjük fel, a következő lépésként pedig egy nagyobb számkörben (pl. 10-ES SZK) alkalmazzuk azt = „A könnyűtől a nehézig”.

Ha egy nagyobb számkörben dolgozunk (pl. összeadás a 20-as számkörben), akkor igénybe vesszük a kisebb számkörben szerzett ismereteket (pl. összeadás a 10-es számkörben), azokat is gyakorolva ezzel egyidejűleg = „A már meglévő ismeretekre való építés”.

Ha a gyermekek már képesek eligazodni és matematikai műveleteket megoldani a 20-as számkörben, akkor nyitva áll előttük a 100-as számkör.

Bevezetés a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/1**



Fontos tudnivalók

Az egymásba illeszthető kockák segítenek szemléltetni az egyeseket és a tízeseket, ezzel fejlesztve a helyiértékes számírási rendszer* és a decimális felépítés* megértését.

A buktatók elkerülése

Azáltal, hogy 10 kocka összeillesztésével egy tízes rudat készítenek, kialakul a gyermekekben a helyiérték megértése.

Fontos, hogy a cselekvést nyelvilag is kísérvük.

Az anyagot újra és újra elővehetjük a matematikai műveletek kidolgozásához, gyakorlásához, automatizálásához és elmagyarázásához.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekeknek intenzíven kell foglalkozniuk a csoportosítással és a szétbontással ahhoz, hogy megértsék a helyiértékek közötti kapcsolatot.

A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számkörre szorítkozunk, hanem nagyobb mennyiségekkel is dolgozzunk.

(ld. Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal [20-AS SZK/2](#)).

Bevezetés a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/1**

Így járj el!

Anyagok: Egymásba illeszthető kockák

Nyelv: Egyes, tízes, egyes kocka, tízes rúd
Hány darab kockára van szükséged egy tízes rúdhhoz?

Cselekvés: • 13 kocka helyezkedik el rendezetlenül az asztalon.

T: „Azonnal fel tudod mérni, hogy mennyi kocka van az asztalon? Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy egy pillantás alatt meg tudd állapítani?”

A gyermek tudja: „5 meg 5 az 10” majd összetesz 5 piros és 5 kék kockát. „Ez összesen 10.”

Három egyes kocka marad meg.

T: „Ez egy tízes és három egyes.”

• *T: „Hány darab egyes kockára van szükséged egy tízes rúdhhoz?”*

A gyermek kirak 10 egyes kockát és egy új tízes rúddá illeszti össze azokat.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal 20-AS SZK/2

Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/2**



Fontos tudnivalók

A 10-es halmazt úgy kell értelmezni, mint egy tíz elemből álló halmazt, amit összeillesztve egy tízes rudat kapunk: 10 egyes = 1 tízes (lásd még: helyiérték rendszer*).

A buktatók elkerülése

A helyértékek megértése úgy automatizálódik, hogy a gyermek önállóan újra és újra elvégzi a csoportosításokat és a szétbontásokat, amit nyelvileg is kísér.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekeknek intenzíven kell foglalkozniuk a csoportosítással és a szétbontással ahhoz, hogy megértsék a helyiértékek közötti kapcsolatot. A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számkörre szorítkozunk, hanem nagyobb mennyiségekkel is dolgozzunk.

Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/2**

Így járj el!

Anyagok: Egymásba illeszthető kockák

Nyelv: Egyes, tízes, egyes kocka, tízes rúd

10 darab egyes kockát összetéve egy tízes rudat készítek. Egy tízes rúdban 10 darab egyes kocka található.

Cselekvés: • Piros és kék kockák (több, mint 20 elemből álló) halmaza van az asztalon.

T: „Mit tudsz tenni annak megállapítása érdekében, hogy hány kocka van az asztalon?”

Gy: „Összeillesztek 5 piros és 5 kék kockát egy tízes rúddá.” A gyermek elvégzi a cselekvést.

Gy: „10 darab egyes kockát összetéve egy tízes rudat készítek.”

Az eredményt leírjuk: „Itt van ____ tízes rúd és ____ egyes kocka.”

• Egy tízes rúd van az asztalon.

T: „Kérlek, hogy adj nekem tíz egyes kockát!”

T: „Mit kell tenned, hogy ez sikerüljön?”

A gyermek szétszedi a tízes rudat 10 egyesre bontva azt.

Gy: „Most már van 10 egyesem.”

Változat: • Mennyiségek összehasonlítása:

T: „Mi a több: 3 egyes kocka, vagy 1 tízes rúd?”

T: „Mi a több: 10 egyes kocka, vagy 1 tízes rúd?”



Bevezetés a helyiérték témakörbe helyiértéket szemléltető eszközökkel

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/3



Fontos tudnivalók

A helyiértéket szemléltető eszközökkel való foglalatzkodás fejleszti a helyiérték rendszer* és a decimális felépítés* megértését.

A buktatók elkerülése

A helyiérték megértésének kifejlesztése érdekében fontos, hogy a gyermek rendszeresen foglalkozzon a helyiértéket szemléltető eszközökkel, és hogy nyelviileg kísérje a cselekvéseket.

Az anyagot újra és újra elővehetjük a matematikai műveletek kidolgozásához, gyakorlásához, automatizálásához és elmagyarázásához.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekeknek intenzíven kell foglalkozniuk a csoportosítással és a szétbontással ahhoz, hogy megértsék a helyiértékek közötti kapcsolatot. A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számkörre szorítkozunk, hanem nagyobb mennyiségekkel is dolgozzunk. (ld. Csoportosítás és szétbontás helyiértéket szemléltető eszközökkel [20-AS SZK/4](#)).

Bevezetés a helyiérték témakörbe helyiértéket szemléltető eszközökkel

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/3**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök

Nyelv: Egyes, tízes, egyes kocka, tízes rúd

Hány darab egyes kockára van szükséged egy tízes rúdhhoz?

Cselekvés: • Lerakunk egy egyes kockát és megnevezzük azt.

Lerakunk egy tízes rudat és megnevezzük azt.

T: „Mutass rá az egyes kockára!” ill. „Mutass rá a tízes rúdra!”

• *T: „Hány darab egyes kockára van szükséged egy tízes rúdhhoz?”*

A gyermek lerak 10 darab egyes kockát egy sorba és összehasonlítja azt a tízes rúd hosszával.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal

Csoportosítás és szétbontás helyiértéket szemléltető eszközökkel

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/4**



Fontos tudnivalók

A „tíz” csupán ujjképek* (10 ujj) vagy egy teljes tízes mező (tíz korong) formájában van tárolva. A 10 mint egység (= 1 tízes rúd) megértését először ki kell alakítani.

Azt is egyértelművé kell tenni, hogy egy tízes rudat tíz egyedi elemre lehet bontani (1 tízes = 10 egyes).

A buktatók elkerülése

A helyértékek megértése úgy automatizálódik, hogy a gyermek önállóan újra és újra elvégzi a csoportosításokat és a szétbontásokat, amit nyelvileg is kísér.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekeknek intenzíven kell foglalkozniuk a csoportosítással és a szétbontással ahhoz, hogy megértsék a helyiértékek közötti kapcsolatot. A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számkörre szorítkozunk, hanem nagyobb mennyiségekkel is dolgozzunk.

Csoportosítás és szétbontás helyiértéket szemléltető eszközökkel

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/4**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök

Nyelv: Egyes, tízes, egyes kocka, tízes rúd, beváltás

Ezt váltom be: ____ erre: ____ . 10 egyes ugyanannyi, mint 1 tízes.

Cselekvés: • Egyesek (több, mint 20 elemből álló) halmazát helyezzük az asztalra.

T: „Hány darab egyesre van szükséged egy tízes rúdhoz?”

T: „Hányszor tudsz beváltani 10 egyest egy tízes rúdra?” A gyermek elvégzi a cselekvést.

Gy: „Kicserélek 10 egyest egy tízes rúdra.”

Az eredményt leírjuk: „*Itt van ____ tízes rúd és ____ egyes kocka.*”

• Egy tízes rúd van az asztalon.

T: „Kérlek, hogy adj nekem tíz egyes kockát!”

T: „Mit kell tenned, hogy ez sikerüljön?”

A gyermek kicseréli a tízes rudat tíz egyes kockára.

Gy: „Most már van 10 egyesem.”

Változat: • Mennyiségek összehasonlítása:

T: „Mi a több: 3 egyes kocka, vagy 1 tízes rúd?”

T: „Mi a több: 10 egyes kocka, vagy 1 tízes rúd?”

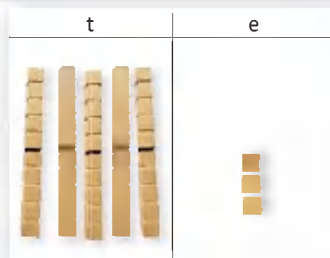
Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Helyiérték táblázat 20-AS SZK/5

Helyiérték táblázat – Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/5**



Fontos tudnivalók

A helyiérték táblázat segítségével célzottan a tízes és egyes helyiérték megkülönböztetésén dolgozunk.

A megértés fejlődéséhez szükséges, hogy a tízes rudakkal és egyes kockákkal dolgozzunk a 100-as számkörben.

A gyermekek a számokat ennek során **nem nevezik meg**.

A buktatók elkerülése

A gyermekek már elsajátították a helyiértékek (20-AS SZK /1 ill. 20-AS SZK/3), a csoportosítás és a szétbontás témakörét (20-AS SZK /2 ill. 20-AS SZK/4).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Az előtérben a csoportosítás és a helyiérték táblázatban való helyes elhelyezés áll.

A nyelv kíséri a megértést: „*Itt van 3 egyes és 5 tízes.*” Vagy: „*Itt van 5 tízes és 3 egyes.*”

A gyermeknek azt kell megtanulnia, hogy ennél a beszédmódnál először vagy az egyeseket, vagy a tízeseket lehet megnevezni. A helyiérték táblázatban azonban **meghatározott** helye van az egyes ill. tízes helyiértéknek.

A szám megnevezését (pl. „tizenhárom”) az elsajátítás ezen szakaszában mellőzzük.

Helyiérték táblázat – Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/5**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, helyiérték táblázat, számkártyák (0-9)

Nyelv: Tízesek, egyes, tízes helyiérték, egyes helyiérték, a bal mező, a jobb mező

Fogalommagyarázat: A t a tízéseket jelöli, az e az egyeseket

- Cselekvés:**
- Több egyes kocka és tízes rúd helyezkedik el az asztalon (pl. 3 egyes kocka és 5 tízes rúd).
A gyermek leírja amit lát: „*Itt van 3 egyes és 5 tízes.*” az anyagokat pedig hozzárendeli a helyiérték táblázat megfelelő helyéhez.
Az egyes kockák és tízes rudak lerakásakor a gyermeknek azonnal fel kell ismerni az ötös szerkezeteket.
 - Több mint 10 egyes kocka van a gyermek előtt. A gyermek csoportosít vagy 10 egyes kockát bevált egy tízes rúdra és a tízes rudat, valamint a maradék egyes kockákat elhelyezi a helyiérték táblázatban. Leírja a cselekvéseket:
Gy: „Kicserélek 10 egyes kockát egy tízes rúdra/rúddal. Ezután azt a tízes helyi értékhez teszem, az egyes kockákat pedig az egyes helyi értékhez. „Ez ___ tízes és ___ egyes.”
 - *T: „Tegyél három tízest és öt egyest a megfelelő helyre.”*
 - A tanító elhelyezi a helyiértéket szemléltető eszközöket a helyiérték táblázatban. A gyermek leírja, amit lát:
„Itt van 5 tízes és 3 egyes.”
- Változatok:**
- A tanító elhelyezi a tízes rudakat és egyes kockákat a helyiérték táblázatban, pl. 2 tízest és 5 egyest.
A gyermek elhelyezi a megfelelő számjegyeket a helyiérték táblázatban.
 - Számjegyeket helyez el a helyiérték táblázatban és hozzáteszi a megfelelő helyiértéket szemléltető eszközöket.

Itt találsz egy FOLYTATÁST!



- „Fordítások”*: Helyiérték táblázat – Húszas mező 20-AS SZK / 10
- Számképek 20-AS SZK / 12, 20-AS SZK / 13 – Ha a gyermek nem ismeri a számneveket, akkor ezeket le lehet diktálni, a mennyiségeket pedig be lehet rajzolni a helyiérték táblázatba.

A helyiérték táblázat használata

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/6**

t	e
	

Fontos tudnivalók

A helyiérték megértésének elmélyítése érdekében a gyermek maga rajzolja meg a helyiérték táblázatot.

A munkát NEM korlátozzuk a 20-as számkörre.

Előkészítjük annak megértését, hogy a 12 az 1 és 2 számjegyekből, de a 10 és 2 számokból áll.

A buktatók elkerülése

Néhány gyermek a 10-es számot írja a tízes helyiértékhez és eközben egy tízesre gondol.

Ebben az esetben még nem sajátították el megfelelő mértékben annak megértését, hogy 10 egyes és 1 tízes ugyanannyi.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A hibákat szívesen fogadjuk, és a gondolkodási folyamatok ösztönzése érdekében foglalkozunk velük:

pl. 21 / 12 – lerakjuk mind a két számot, összehasonlítjuk, majd leírjuk a különbségeket és a hasonlóságokat.



A helyiérték táblázat használata

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/6**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, helyiérték táblázat, papír és toll

Nyelv: Tízes, egyes, tízes helyiérték, egyes helyiérték, a bal mező, a jobb mező

- Cselekvés:**
- Helyiérték táblázat rajzolása a gyermekkel, tízes rúd (rudak) és egyes kocka (kockák) beillesztése:
Gondoljuk át a gyermekkel, hogy hogyan lehet önállóan megrajzolni a tízes rúd és az egyes kocka szimbólumát (ld. kép).
Az egyes kockák rajzolásakor ügyeljünk az ötös szerkezetre, hogy egy pillantás alatt meg lehessen állapítani a mennyiséget.
 - Több tízes rúd és egyes kocka helyezkedik el az asztalon.
Az eszközöket elhelyezzük a helyiérték táblázatban.
A gyermek megrajzolja a helyiérték táblázatot és berajzolja a tízeseket és egyeseket.
 - Több egyes / kocka helyezkedik el az asztalon. A gyermek beváltja / csoportosítja az egyeseket ($10e = 1t$).
Ez eredményt elhelyezi a helyiérték táblázatban és megnevezi azt.

Gy: „Itt van 3 tízes rúd és 7 egyes kocka.”

Ezután az eredményt papírra is leírjuk.

- Változatok:**
- Jelképesen (3t 4e vagy akár 2e 1t) vagy szóban („2 tízes és 6 egyes”) megadunk egy mennyiséget.
A halmazt tízes rudakkal és egyes kockákkal elhelyezzük a helyiérték táblázatban. Az „eredményt” lerajzoljuk.
 - A tízes rudakat és egyes kockákat tartalmazó helyiérték táblázat alá rajzolunk egy második helyiérték táblázatot, ahová beírjuk a megfelelő számjegyeket.

Itt találd a FOLYTATÁST!

- 
- „Fordítások“*: Helyiérték táblázat – Húszas mező 20-AS SZK/10
 - Számképek 20-AS SZK/12, 20-AS SZK/13 – Ha a gyermek nem ismeri a számneveket, akkor ezeket le lehet diktálni, a mennyiségeket pedig be lehet rajzolni a helyiérték táblázatba.

Számnevek sora és előre számlálás 20-ig

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/7**



Tíz meg egy az tizenegy.



Tíz meg kettő a tizenkettő.

Fontos tudnivalók

A számnevek sorának megtanulását össze kell kapcsolni, illetve támogatni kell a megfelelő mennyiségfogalmakkal. Ez elsősorban a tizenegy, tizenkettő és húsz számokra érvényes.

A buktatók elkerülése

Bizonyos számneveket célszerűen kell elsajátítani és automatizálni. A német „elf” (tizenegy) és „zwölf” (tizenkettő) számnevek gyakran kihívást jelent, mivel nyelvi szinten nem tükröződik a tízesek és egyesek szerkezete, mint más számneveknél (pl. „achtzehn” - tizennyolc). A „sechzehn” (tizenhat) és „siebzehn” (tizenhét) számneveket a megszokott nyelvi minta alapján gyakran „sechszehn” -ként és „siebenzehn” -ként nevezik meg a gyermekek. A „zwanzig” (húsz) számnevet mind nyelvi szempontból, mind a mennyiség elképzelésének szempontjából tudatosan kell elsajátítani. A „zig” végződést a „zwanzig” (húsz) esetén nyelvileg hangsúlyozni kell, a „zwan” első szótagot pedig külön meg kell beszélni: *Ez két tízes és azt mondom, hogy „zwan”.* Figyelem: csak a Német, mint idegen nyelv oktatásánál releváns.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által kifejlődik a mennyiségi fogalom a 20-as számkörben:
Szám kimondása – mennyiségkép – korongos számolószalag — helyiértéket szemléltető eszközök — grafikus ábrázolás rajzolt tízes rudakkal és egyes kockákkal a helyiérték táblázatban. A gyakorlat kiindulási pontja mindig egy másik ábrázolási forma.

Számnevek sora és előre számlálás 20-ig

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/7**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, mennyiségképek, korongos számolószalag, helyiérték táblázat, papír és toll

Nyelv: Számnevek 1-20, tízes rúd, egyes kocka

Ez egy tízes és ____ egyes.

- Cselekvés:**
- Lerakunk egy tízes rudat és hozzáteszünk egy egyes kockát: „*Tíz meg egy az tizenegy.*”
Ezzel a módszerrel a számnevek egész sorát építjük fel a nyelv és az eszközök segítségével.
 - A gyermek felmondja a számnevek sorát, és közben a megfelelő mennyiségre, vagy mennyiségképre mutat.
 - A tanító megnevez egy számot, a gyermek pedig rámutat a megfelelő halmazra, vagy kirakja azt.
 - A tanító egy bizonyos mennyiséget mutat fel, a gyermek pedig megnevezi az ahhoz tartalmazó számot.

- Változatok:**
- Számok ábrázolása korongos számolószalaggal, majd azok megnevezése.
 - Mennyiségképek megnevezése, nagyság szerint rendezése vagy két halmaz összehasonlítása:
„*Ez egy tízes és három egyes. Ez egy tízes és négy egyes. Ez itt egy eggyessel több/kevesebb.*”
 - Mennyiségek rajzolása és szóban történő jellemzése diktálás után (segíthet a helyiérték táblázat):
T: „*Rajzolj le 1 tízest és 3 egyest. Melyik ez a szám?*”
T: „*Rajzold le a 15-ös számot! Hogyan tudod lerajzolni?*”
Gy: „*Lerajzolok 1 tízes rudat és 5 egyes kockát. „Ez összesen tizenöt.”*”
 - A tanító lefektet 6 egyest és 1 tízes rudat.
Gy: „*Ez 6 egyes és 1 tízes. 10 meg 6 az összesen 16.*”

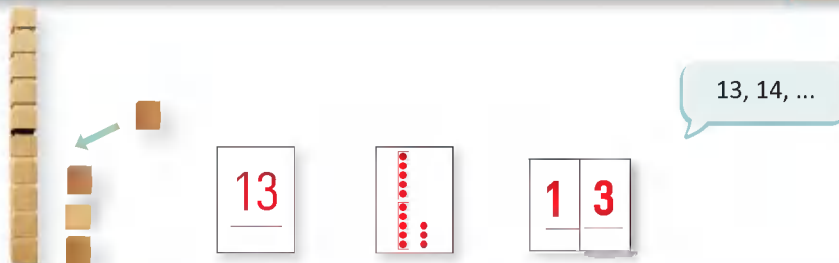
Itt találsz a FOLYTATÁST!



- A számlálás folytatása egy bizonyos számtól kezdve 20-AS SZK/8
- Visszafelé számlálás 20-AS SZK/9
- Húszas mező 20-AS SZK/10

A számlálás folytatása egy adott számtól

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/8**



Fontos tudnivalók

A gyermeknek el kell tudnia igazodni a számnevek sorrendjén ahhoz, hogy egy adott számtól tovább tudjon számlálni. Ez csak akkor lehetséges, ha a számnévhez egy mennyiség is kapcsolódik.

Egy bizonyos számot követő tag meghatározása elmélyíti az összeadás megértését*. A következő szám mindig eggyel több.

A buktatók elkerülése

A mennyiségi fogalom a 10-es számrendszerben már megfelelően kialakult. 10-ES SZK/13

Fordítsunk különös figyelmet az átmenetekre (10,11 ...) és gyakoroljuk azokat.

Segíthetnek az ujjképek*. 10-ES SZK/12

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számnevek sorát bármelyik számtól kezdve felmondhatja a gyermek előre számlálva.

Megnevezhet egy bármilyen számot követő másik számot (az „eggyel több” megértése).

A számlálás folytatása egy adott számtól

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/8**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, mennyiségképek, korongos számolószalag

Nyelv: Eggyel több, számlálás folytatása, tízes rúd, egyes kocka

Tudod folytatni a számlálást? Folytasd a számlálást innen: ____ !

Cselekvés: • T: „*Tudod folytatni a számlálást 13-tól?*”

Segíthetnek a helyiértéket szemléltető eszközök vagy a korongos számolószalag:

T: „*Tedd ki a 13-at! Most pedig tegyél ki eggyel többet! Hogy hívják ezt a számot?*”

Gy: „*1 tízes rúd és 4 egyes kocka van előttünk. Ez 14.*”

- A mennyiségképeket (pl. 13-tól 18-ig) rendszertelenül rakjuk le.

A gyermek megnevezi a mennyiségeket és növekvő sorrendbe rendezi őket.

Változat: • A gyermek különböző számoktól kezdve folytatja a számlálást.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Számsorozatok kirakása számkártyákkal, vagy azok folytatása írásban.
- Kettesével számlálás (2-vel több/kevesebb).
- Szomszédos számok– Eggyel több / eggyel kevesebb a 20-as számkörben 20-AS SZK/15

Számlálás visszafelé

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/9



Fontos tudnivalók

A visszafelé számlálás akkor sikerül, ha minden számnévhez egy mennyiség kapcsolódik és ha kialakult annak a megértése, hogy visszafelé számlálaskora mennyiség mindig egy elemmel kevesebb lesz.

Egy bizonyos számot megelőző szám meghatározása elmélyíti a kivonás megértését* (-1). Az előző szám mindig eggyel kevesebb.

A buktatók elkerülése

A visszafelé számlálás a 10-es számkörben már bevésszódott. [10-ES SZK/14](#)

Bizonyos számneveknél nyelvi nehézségek merülhetnek fel: „zwanzig” (húsz) – „neunzehn” (tizenkilenc), visszaszámlálás 13-tól kezdve – az „elf” (tizenegy) és „zwölf” (tizenkettő) megkülönböztetése. Segítséget nyújthatnak az ujjképek* és egy tízes rúd, amit a leteszünk a gyermek elé: Mutass fel öt ujjat és nézz rá a tízesre: „tizen – öt”, majd zárd be egy ujjad „tizen – négy” stb.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számnevek sorát egy tetszőleges számnévtől kezdve lehet felmondani.

A gyermek megnevezhet egy tetszőleges számot megelőző számot (az „eggyel kevesebb” megértése).

Számlálás visszafelé

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/9**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, mennységképek, korongos számolószalag, fedőszalag, papír és toll

Nyelv: Számnevek 1-20, tízes rúd, egyes kocka, visszafelé számlálás

Ez egy tízes és ____ egyes.

- Cselekvés:**
- T: „Tedd ki a 15-ös számot tízes rudakból és egyes kockákból. Ezután vedd el egy egyes kockát. Mennyi maradt? Tudod folytatni a számlálást visszafelé?”
 - T: „Tedd ki a 17-es számot a korongos számolószalag segítségével! Takarj le egy korongot! Mennyi korong maradt? Tudod folytatni a számlálást visszafelé?”
 - T: „Rendezd el a mennyiségképeket a legnagyobb számtól kezdve a legkisebb számig.” – Mondd fel a számnevek sorát!”
 - Mennyiségképek összehasonlítása:
„Ez egy tízes és három egyes. Ez egy tízes és két egyes. Ez egy egyessel kevesebb.”
 - Az átmenetek gyakorlása:
„Számlálj vissza 11-től / 13-tól / 20-tól kezdve!”

Változat: • A gyermek csökkenő számsorozatot rajzol le.

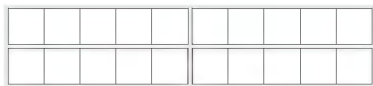
Itt találsz a FOLYTATÁST!



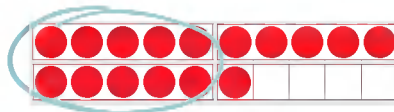
• Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb 20-AS SZK / 15

Húszas mező – Elsajátítás („A 10-es ereje”)

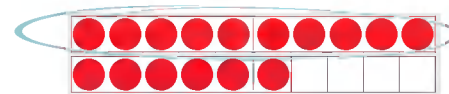
FEJLESZTÉS 20-AS SZK/10



Mit látsz?
Mi tűnik fel?



Tömbösített ábrázolás*



Lineáris ábrázolás

Fontos tudnivalók

A húszas mezőt a tömbösített ábrázolás* és a lineáris ábrázolás* segítségével kell megérteni: →Tömbösített ábrázolás: Bal oldalon van egy tízes mező és jobb oldalon van egy tízes mező. →Lineáris ábrázolás: A felső sorban is tíz van és az alsó sorban is tíz van. A 20-as számkörben végzendő munka alapját a 10-es számkörben elsajátított „rész-egész elv” képzni, amit most a 20-as számkörben kell alkalmazni. A gyermek egy pillantás alatt tízesekből és egyesekből álló részhalmazokként érzékeli a mennyiségeket. A számokat még nem kell megnevezni.

A buktatók elkerülése

A 10-es számkör felépítése bevésődött, főleg a tízes mező 10-ES SZK / 13. A helyiérték megértése már feldolgozásra került 20-AS SZK / 5 és 20-AS SZK / 6.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekek összehasonlítják a mennyiségek ábrázolását a tömbösített ábrázolásban* és a lineáris ábrázolásban*:

→ 16 a tömbösített ábrázolásban: „Egy tízes mezőt (5 + 5) és 6-ot látok.”

→ 16 a lineáris ábrázolásban: „10-et látok az első sorban és 6-ot a második sorban.”

Összekapcsoljuk egymással a különböző ábrázolási módokat:

Helyiértéket szemléltető eszközök – húszas mező – helyiérték táblázat – esetleg számnevek

Húszas mező – Elsajátítás („A 10-es ereje”)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/10**

Így járd el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag

Nyelv: fent, lent, felső sor, alsó sor, mellett, felett, alatt, tízes, egyes
Itt van ____ és itt van ____.

Cselekvés: • A húszas mező leírása:

Gy: „Itt van egy tízes mező és itt van még egy tízes mező.” (tömbösített ábrázolás*)

Gy: „Itt fent tíz van és ott lent is tíz van.” (A lineáris ábrázolást* a korongos számolószalag által ismerjük.)

T: „Igen, ez kétszer tíz.” (A szorzás fogalmának előkészítése)

• Korongos számolószalag használata a húszas mezőben:

T: „Rakj ki 16-ot a húszas mezőben!” – A gyermek letesz egy lehetséges megoldást, pl. 1 tízest és 1 hatkorongos számolószalagot.

A tanító kimondja és körbevezeti az ujját az adott halmazon (mind a két ábrázolási formát elmagyarázva):

T: „Itt van 10, itt pedig 6.” ill. *„Ez 10, ez pedig 6.”*

• A gyermek további feladatokat rak le más mennyiségekkel.

A gyermek leírja a részhalmazokat és körbevezeti rajtuk az ujját.

A halmazt mind lineáris ábrázolással*, mind pedig tömbösített ábrázolással* megmutatja és leírja.

Változat: • Villámgyakorlat* halmazokkal a húszas mezőben:

Röviden megmutatjuk a gyermeknek egy mennyiség ábrázolását a húszas mezőben. A gyermek megnevezi a mennyiséget.

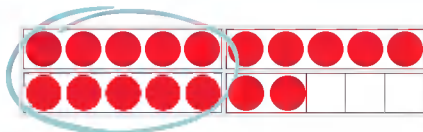
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Húszas mező – Automatizálás 20-AS SZK/11

Húszas mező – Automatizálás („Az 5-ös ereje”)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/11**



Tömbösített ábrázolás*
 $(5 + 5) + (5 + 2)$



Lineáris ábrázolás
 $10 + 7$

Fontos tudnivalók

A gyermek a húszas mezőn mentális képeket alakít ki, amiket később a számítási feladatok megoldásához használ, elkerülve így a számlálással valószámítást.

A „rész-egész elvet” a 20-as számkörben különböző ábrázolási módokkal világítjuk meg.

A számok tízesekből és egyesekből állnak, de állhatnak bizonyos mennyiségű ötösből és egyesből is.

A buktatók elkerülése

A gyermek alkalmazza a 10-es számkörben megszerzett matematikai megértést a nagyobb számkörre:

„Rész-egész elv”*, „Az 5-ös ereje”* ($7 = 5 + 2$, $10 = 5 + 5$) 10-ES SZK / 11

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek a halmazokat különböző részhalmazokkal ábrázolja és írja le a húszas mezőben.

A gyermek a legkülönbözőbb módokon írja le az ábrázolt számot, elmélyítve ezzel a „rész-egész elvének” megértését és kifejtve ezzel a 20-as számkörben végzett műveletekhez szükséges előzetes tapasztalatokat.

Húszas mező – Automatizálás („Az 5-ös ereje”)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/11**

Így járj el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag

Nyelv: fent, lent, felső sor, alsó sor, mellett, felett, alatt, tízes, egyes
Itt van ____ és itt van ____.

Cselekvés: • Az 5-ös szerkezet felfedezése a húszas mezőben:

Gy: „Itt van 5 és itt van 5. Itt van 5 és itt van 5.”

Gy: „A felső sorban kétszer 5 van és az alsó sorban is kétszer 5 van.”

T: „Igen, ez négyszer öt mező.” (A szorzás fogalmának lehetséges előkészítése)

- *T: „Rakj ki 17-et a húszas mezőben!”* – A gyermek letesz egy lehetséges megoldást, pl. 1 tízes és 1 hétkorongos számolószalag.

T: „Ki tudod ezt rakni ezt ötkorongos szalaggal is?”

A gyermek ezt rakja le: $5 + 5 + 5 + 2$ („Az 5-ös ereje”).

Ezután a gyermek jellemzi a tömbösített ábrázolást* és körbevezeti az ujját az adott mennyiségen.

- A gyermek további feladatokat rak le és jellemez más mennyiségekkel.
- A tanító egy adott mennyiséget helyez a húszas mezőbe. A gyermek meghatározza a mennyiséget.
Ezután a gyermek becsukja a szemét és emlékezetből jellemzi a mennyiséget.

Megjegyzés: A mennyiségi fogalmat tudatosan variáljuk (lineáris ábrázolás* – tömbösített ábrázolás*).

Változat: • Rejtvény: „Van két ötösöm és három egyesem ÉS van egy tízesem és három egyesem!”

T: „Mi a több, mi a kevesebb, vagy egyenlő?”

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• „Fordítások”*: Helyiérték táblázat 20-AS SZK/6 – Húszas mező – Számjegyek 20-AS SZK/13

Számjegyek 11-től 20-ig - Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/12**



Fontos tudnivalók

A megértés elsajátítása: 14 az 1-es és a 4-es számjegyekből áll, de a 10-es és a 4-es számokból.

A számjegyeket mindig mennyiségképekkel és a tízesek és egyesek megértésével kapcsoljuk össze.

A buktatók elkerülése

A 20-as számjegy jelentését a gyermek különösen az eszközökkel kapcsolatban sajátítja el.

A 2-es számjegy két tízet /tízes rudat jelent, a 0-as számjegy azt jelenti, hogy nincs egyes kocka. Ezt a helyiérték táblázatban is jól lehet szemléltetni. 20-AS SZK/6

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Az eszközökkel való foglalatzkodás során a számkártyákkal összefüggésben megvilágítjuk, hogy az 1 a tízesek helyén 10 egyest jelent (Ld. Csoportosítás és szétbontás 20-AS SZK/2 vagy 20-AS SZK/4).

Számjegyek 11-től 20-ig – Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/12**

Így járj el!

Anyagok: Helyiérték kártyák (10, 20, 1–9), helyiértéket szemléltető eszközök, mennyiségképek, korongos számolószalag, műveleti jelek, ujjképek*

Nyelv: Számnevek (0-20)

Cselekvés: Helyiérték kártyák használata (10, 20, 1-9):

- A gyermek kirakja a 10-est és az 1-est. Ez alá lerakja a megfelelő eszközöket (helyiértéket szemléltető eszközök / korongos számolószalag).
Ezután az egyes számjegyet a ráteszi a 0-ás számjegyre: „**10 meg 1 az 11.**” stb. 19-ig.
Felmutatja a 20-as helyiérték kártyát, megnevezi és hozzátesz két tízes rudat.



- Számok „építése”. A gyermek hozzáteszi a megfelelő eszközöket.

A helyiérték alaposabb megértése érdekében a gyermek felemeli az 1-es számjegyet, ami által láthatóvá válik a 10-es.

- Változatok:**
- Lerakunk egy mennyiséget, a gyermek pedig hozzáteszi a helyiérték kártyákat.
 - A mennyiségképekhez „felépíti” a megfelelő számokat.
 - Egy tízes rúd van az asztalon. A tanító felmutat egy ujjképet* (pl.: 3 ujj).
A gyermek megnevezi a számítást: „**10 + 3 = 13**”

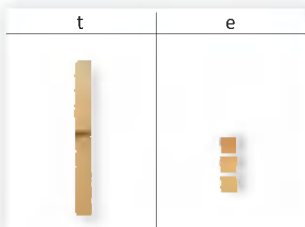
Itt találd a FOLYTATÁST!



• A 11-20 számjegyek automatizálása 20-AS SZK/13

Számjegyek 11-től 20-ig – Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/13**



Fontos tudnivalók

A helyiérték megértésének elmélyítése érdekében a számjegyekkel összefüggésben különböző ábrázolási formákat kapcsolunk össze.

A buktatók elkerülése

Csoportosítás és szétbontás megértése [20-AS SZK/2](#) vagy [20-AS SZK/4](#)

Helyiérték táblázat [20-AS SZK/5](#) és Helyiértékek megértése [20-AS SZK/6](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által kifejlődik a matematikai megértés:

Számkép felmutatása – Szám megnevezése – Mennyiségkép – Korongos számolószalag– Helyiértéket szemléltető eszközök – Helyiérték kártyák – Helyiérték táblázat – Grafikus ábrázolás rajzolt tízes rudakkal és egyes kockákkal – Számítások megfogalmazása „13 az 10 meg 3” (Nem szükséges lejegyezni). Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiinduló pontjaként.

Számjegyek 11-től 20-ig – Elsajátítás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/13**

Így járj el!

Anyagok: Számkártyák (11–20), helyiérték kártyák, helyiértéket szemléltető eszközök, mennyiségképek, korongos számolószalag, helyiérték táblázat, papír és toll

Nyelv: Számnevek (0-20)

Cselekvés: Számkártyák használata (11-20)

- Megnevezünk egy számkártyát és hozzátesszük a megfelelő helyiértéket szemléltető eszközt és a megfelelő helyiérték kártyát.
T: „Mit kell leraknod?”
Gy: „Leteszek 1 tízes rudat és ____ egyes kockát.”
- Számkártyák hozzárendelése a mennyiségképekhez.
- Mennyiségkártyák hozzárendelése a számkártyákhoz.
- Számkártyák gyors megnevezése és a megfelelő mennyiségkép hozzárendelése.
- Mennyiségképek rövid megmutatása és leírása:
Gy: „1 tízes rudat és ____ egyes kockát látok. Ez összesen ____.”
A gyermek hozzáteszi a megfelelő számkártyát (helyiérték kártyákkal együtt).

Változatok:

- A számot tízes rudakkal és egyes kockákkal elhelyezi a helyiérték táblázatban.
- A gyermek rajzol egy helyiérték táblázatot, a számokat pedig tízes rudakkal és egyes kockákkal képszerűen ábrázolja.

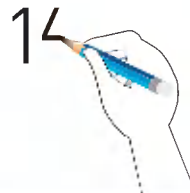
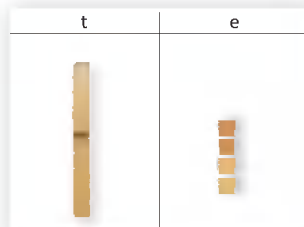
Itt találod a FOLYTATÁST!



- Számok írása 20-ig [20-AS SZK/14](#)
- Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb [20-AS SZK / 15](#)
- Helyiérték megértése– 10-zel több/10-zel kevesebb [20-AS SZK / 16](#)

Számok írása 20-ig

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/14



Fontos tudnivalók

A német nyelvben a számoknál a kiejtés módja nem egyezik az írás irányával (fordított beszéd- és írásmód). Ezért el kell sajátítani és gyakorolni kell a többjegyű számok leírását. Azt mondjuk, hogy „vierzehn” (tizennégy), azonban először egy 1-es írunk és csak utána a 4-et. Az írás iránya fontos, mivel később szükségünk lesz rá a számológép és a számítógép használata során is.

A buktatók elkerülése

Segíthet ennek a „fordított (inverz) beszédmódnak” a kezelésében mint ahogy néhány gyermek véli, ha a számok leírását nyelvi szinten is kísérik, „Tizennégy az tíz meg négy. 1 tízest és 4 egyest írok” A gyermek először az 1-es írja le, utána a 4-et.

Ezzel egyidejűleg a helyiérték rendszer* is tudatosul. Segítséget nyújthat a helyiérték táblázat vizuális támogatásként.

→ Vigyázat, helytelen: „Írd le, ahogy hallod!”

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekkel pont ezt a beszédmódot tematizáljuk, ami nem egyezik meg az írásmóddal: *A tizennégy egy tízest és négy egyest jelent. Ezért írom azt, hogy 1 és 4.* „A tizennégyenél egy tízesre és négy egyesre gondolok.” „Fordítások”* különböző ábrázolási formákra: Számnév – Számjegy – Mennyiségkép – Helyiértéket szemléltető eszközök – Helyiérték táblázat.

Számok írása 20-ig

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/14**

Így járj el!

Anyagok: Számkártyák, mennyiségképek, helyiérték táblázat, helyiértéket szemléltető eszközök, papír és toll

Nyelv: Számnevek 1-20

A tizennégy egy tízest és négy egyest jelent. Ezért azt írom, hogy 1 és 4.

A tizennégyenél egy tízesre és négy egyesre gondolok.

Cselekvés:

- A tanító felmutat egy mennyiségképet. A gyermek megnevezi a mennyiséget és beírja a számot a helyiérték táblázatba.
- A tanító felmutat egy számkártyát. A gyermek leolvassa a számot és a mennyiséget kiteszi a helyiértéket szemléltető eszközök segítségével.

„Tizenöt. Ez 1 tízest és 5 egyest jelent.”

A gyermek leírja a számot és esetleg rajzol hozzá egy mennyiségképet (1 tízes rúd, 5 egyes kocka).

- A tanító megnevez egy számot. A helyiérték táblázat ott van a gyermek előtt, aki „hangosan” gondolkodik:

„1 tízest és ___ egyest írok.”

Változatok:

- Rejtvény: *„A számomban 1 tízes és 6 egyes van. Melyik ez a szám?”*
(esetleg számkártya kikeresése, szám lejegyzése, mennyiségkép rajzolása)
- Vagy akár: *„A számomban 8 egyes és 1 tízes van.”*

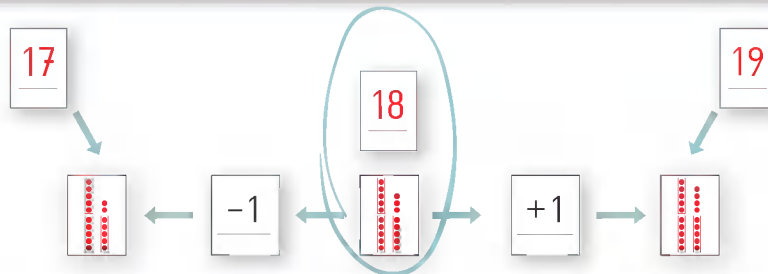
Itt találod a FOLYTATÁST!



- Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb [20-AS SZK/15](#)
- Helyiérték megértése– 10-zel több/10-zel kevesebb [20-AS SZK/16](#)

Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/15**



Fontos tudnivalók

A halmaz eggyel nagyobb lesz, ha hozzáadok egy elemet. A halmaz eggyel kisebb lesz, ha elveszek belőle egy elemet.

A buktatók elkerülése

A mennyiségképek, a számnevek és a számnevek sorrendje a 20-as számkörben már bevésődött.

Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb 10-ES SZK / 19

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A nyelv segítségével fejlesztjük a szomszédos számok közötti kapcsolat megértését:

„19 eggyel több, mint 18”, vagy akár „18 eggyel kevesebb, mint 19.”

Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/15**

Így járj el!

Anyagok: Számkártyák, mennyiségképek, műveletkártyák (+ 1/ – 1)

Nyelv: Számnevek, eggyel több, eggyel kevesebb, a következő szám, az előző szám
___ követi/előzi meg ___, mert ___ eggyel több / kevesebb, mint ___.

Cselekvés • Kirakunk egy számkártyát. A gyermek hozzáteszi a megfelelő mennyiségképet.

Tedd hozzá a megfelelő mennyiségképet, amin egy koronggal több / kevesebb van.”

A gyermek leteszi a mennyiségképet és a hozzá illő számkártyát.

• A cselekvés kísérése nyelvileg:

„Tizenkilenc követi a tizennyolcat, mert tizenkilenc eggyel több, mint tizennyolc.”

vagy: *„..., mert kilenc eggyel több, mint nyolc.”* (Analogiás feladatok összekapcsolása* a 10-es számkörben)

„Tizenhét előzi meg a tizennyolcat, mert tizenhét eggyel kevesebb, mint tizennyolc.”

• Megmutatunk egy számkártyát és egy műveletkártyát.

A gyermek megnevezi az ide illő számot és esetleg a számítást is (pl. $17 + 1 = 18$ / $17 - 1 = 16$).

Változat: • A számokat megelőző és követő számok meghatározása a számkártyák és mennyiségképek használatával.

Itt találd a FOLYTATÁST!



• A + 1/ – 1 számolási stratégiát (10-ES SZK/28) alkalmazzuk a 20-as számkörre.

• Analogiás feladatok* a 20-as számkörben 20-AS SZK/19

Analogiák és számolási stratégiák* 20-AS SZK/20

Helyiérték megértése 10-zel több / 10-zel kevesebb

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/16**



Fontos tudnivalók

Az analógiás feladatok* által láthatóvá válnak a 10-es és 20-as számkör közötti összefüggések.

Az összefüggéseket számolási stratégiaként* alkalmazzuk a matematikai műveleteknél.

A buktatók elkerülése

Az analógiás feladatokat* csak akkor lehet alkalmazni, ha már megfelelően kifejlődött a helyiérték rendszer* megértése:

Helyiértéket szemléltető eszközök [20-AS SZK/1](#) vagy [20-AS SZK/3](#), Csoportosítás és szétbontás [20-AS SZK/2](#) vagy [20-AS SZK/4](#)

Helyiérték táblázat [20-AS SZK/5](#) és [20-AS SZK/6](#), Húszas mező [20-AS SZK/10](#) és [20-AS SZK/11](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által kifejlődik a matematikai megértés:

Számjegy – helyiértéket szemléltető eszközök – mennyiségkép – szám megnevezése.

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgál gyakorlat kiinduló pontjaként.

Helyiérték megértése 10-zel több / 10-zel kevesebb

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/16**

Így járj el!

Anyagok: Helyiértéket szemléltető eszközök, számkártyák (1-20), műveletkártyák (+ 10 / – 10), ujjképek*

Nyelv: Egyes, tízes, tízzel több, tízzel kevesebb

Ez ____ egyes. Ez ____ egyes és egy tízes rúd. Ez itt egy tízes rúddal több/kevesebb.

1 tízes jön hozzá/vonódik le belőle.

Cselekvés: • Kitevesszük a 4-es és 14-es számkártyákat.

T: „Tedd hozzá a megfelelő eszközt! Mit fedezel fel? Mi ugyanaz? Mi a különbség?”

Gy: „Ez egy tízzel több” ill. „Ez egy tízzel kevesebb.”

• A 4 és 14 mennyiségeket kirakjuk az asztalra. *T: „Tedd hozzá a megfelelő számkártyát.”*

• *T: „Keress te is ilyen számpárokat és tedd hozzájuk a mennyiségeket!”*

T: „Miért tartoznak össze?” Gy: Ez itt egy tízzel több / kevesebb.”

• A tanító megnevez egy számot a 10-es számkörben és felmutatja a + 10 műveletkártyát.

T: „Nevezd meg a tízzel nagyobb számot!” Gy: „ $3 + 10 = 13$.”

• A tanító megnevez egy számot 10 és 20 között és felmutatja a – 10 műveletkártyát.

T: „Nevezd meg a tízzel kisebb számot!” Gy: „ $16 - 10 = 6$.”

Változat: • Egy tízes van a gyermek előtt. A gyermek az ujjképpel* megmutatja az egyes helyiértéket.

T: „18 van nálad. Hányat kell elvenned belőle, hogy 10 maradjon?”

Gy: „8 ujjat kell behajlítanom.”

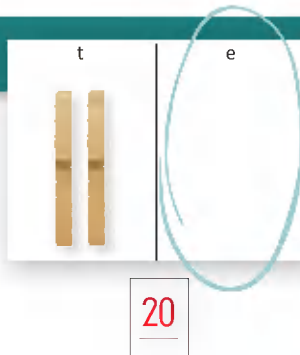
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok* a 20-as számkörben 20-AS SZK/19

• Analógiák és számolási stratégiák* 20-AS SZK/20

„A fontos nulla”



FEJLESZTÉS **20-AS SZK/17**

Fontos tudnivalók

A gyermek számára a 0 legtöbbször „semmit” jelent. Ez az elképzelés azonban nem elegendő a számításokhoz.

A nulla matematikai jelentése: **nincs elem**.

Az alábbi ismeretekre van szükség egy szilárd matematikai megértéshez: A nulla a 20-nál, ill. a 10-nél nem „semmit” jelent, hanem azt, hogy ennél a számnál nincsen egy egyes sem.

A buktatók elkerülése

Csoportosítás és szétbontás 20-AS SZK/2 vagy 20-AS SZK/4

A helyiérték táblázat használata 20-AS SZK/6

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekkel az eszközök és a nyelv segítségével jellemezzük az 1 és 10, ill. a 2 és 20 közötti különbségeket, majd kidolgozzuk a nulla jelentését.

„A fontos nulla”

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/17

Így járj el!

Anyagok: Számkártyák, helyiérték táblázat, helyiértéket szemléltető eszközök

Nyelv: Nulla, egyes nincs

Cselekvés: • T: „Rakj ki a 10 darabot és az ahhoz illő számkártyát. Rakj ki 20 darabot és az ahhoz illő számkártyát.”

A halmazt csoportosítva, azaz tízes rudakkal kell ábrázolni.

A mennyiséget elhelyezzük a helyiérték táblázatban és megbeszéljük az 1, 2 és 0 számjegyek jelentését.

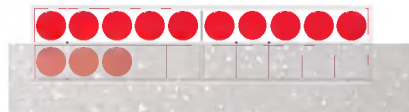
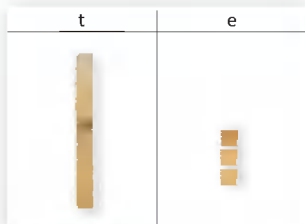
Gy: „Itt van egy tízes, itt pedig nulla egyes. Azt írom, hogy egy-nulla. A szám neve: tíz.”

„Itt van két tízes, itt pedig nulla egyes. Azt írom, hogy kettő-nulla. A szám neve: húsz.”

Itt találod a FOLYTATÁST!



• Matematikai műveletek nullával



Fontos tudnivalók

A helyiérték rendszer* megértését továbbá a „rész-egész elv”* segítségével mélyítjük el.

„Tíz meg három az tizenhárom. Tizenháromnál tízzel kevesebb az három, ill. tizenháromnál hárommal kevesebb az tíz.”

A buktatók elkerülése

Helyiértéket szemléltető eszközök [20-AS SZK/1](#) és [20-AS SZK/3](#)

Helyiérték táblázat [20-AS SZK/5](#) és [20-AS SZK/6](#)

Húszas mező [20-AS SZK/10](#) és [20-AS SZK/11](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A feladatok lerakásánál és leírásánál ügyeljünk a tízesek és egyesek megkülönböztetésére.

Ezek a feladatok elmélyítik a fordított műveletes ellenőrző feladatok* megértését:

$$10 + 3 = 13, 13 - 3 = 10 / 3 + 10 = 13, 13 - 10 = 3$$

Matematikai műveletek helyiértékekkel („A 10-es ereje”)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/18**

Így járj el!

Anyagok: Helyiérték táblázat, helyiértéket szemléltető eszközök, húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, műveletkártyák (+ 10/ - 10), Papír és tollak

Nyelv: Egyes, tízes, plusz, mínusz, 10-zel több, 10-zel kevesebb

Cselekvés: • A feladatok kirakása a helyiérték táblázatban az eszközökkel:

10 + 3, 3 + 10, 13 - 3, 13 - 10

T: „Mi tűnik fel? Mi jön hozzá?” ill. „Mi jön le belőle? (Egyes vagy tízes) Mi az eredmény?”

Gy: „Egyszer jön hozzá/lejön belőle egy tízes. Egyszer jönnek hozzá/lejönnek belőle az egyesek.”

• Feladatok kirakása a húszas mezőben korongos számolószalaggal, kivonások ábrázolása fedőszalaggal:

10 + 6, 6 + 10, 16 - 6, 16 - 10

• A tanító számításokat diktál. A gyermek leírja ezeket és a feladatokat kirakja az eszközökkel.

• A tanító megnevez egy számot és felmutat egy műveletkártyát (+ 10/ - 10).

A gyermek megnevezi a megfelelő számítást, valamint az eredményt.

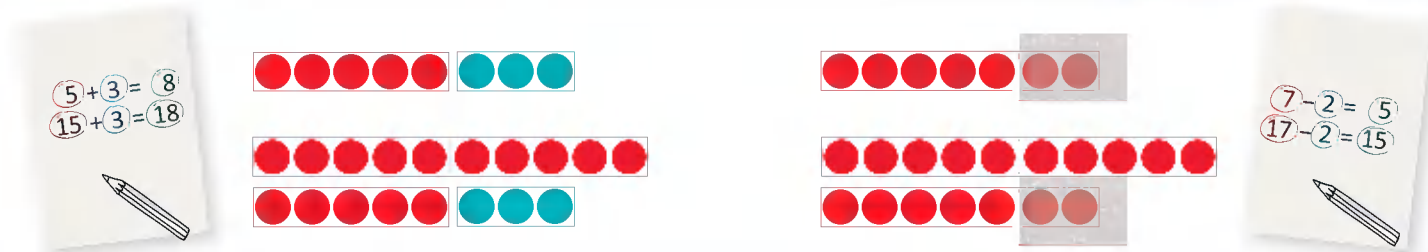
Változat: • A tanító összeadásokat diktál, pl. 10 + 7, 7 + 10. A gyermek megkeresi a hozzá illő fordított műveletes ellenőrző feladatokat*.



Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok* a 20-as számkörben 20-AS SZK/19 és 20-AS SZK/20



Fontos tudnivalók

Az analógiás feladatokat* által láthatóvá válnak a 10-es és 20-as számkör közötti összefüggések. Ezeket az összefüggéseket a matematikai műveletek során számolási stratégiákként* alkalmazzuk.

A buktatók elkerülése

Az analógiás feladatokat* csak akkor lehet alkalmazni, ha már megfelelően kifejlődött a helyiérték rendszer* megértése. Helyiértéket szemléltető eszközök 20-AS SZK/1 és 20-AS SZK/3 – Helyiérték táblázat 20-AS SZK/5 és 20-AS SZK/6 – Húszas mező 20-AS SZK/10 és 20-AS SZK/11

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

$5 + 3 = 8$ „Rakd ki az alábbi számítást: $5 + 3$! Mit kell tenned annak érdekében, hogy a $15 + 3$ számítás legyen itt?”

A gyermek hozzátesz egy tízes rudat.

$15 + 3 = 18$ A számítás megváltoztatását általában gyorsan megértik a gyermekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni (segítenek a színek, ld. kép). A kivonásokat is így sajátítják el:

$7 - 2 = 5$ „Mutasd meg a $7 - 2$ számítást a húszas mezőben! Mit kell tenned annak érdekében, hogy a $17 - 2$ számítás legyen itt?”

A gyermek hozzátesz a

$17 - 2 = 15$ számításához egy tízes rudat (segítenek a színek, ld. kép).

Analógiás feladatok a 20-as számkörben

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/19

Így járj el!

Anyagok: Korongos számolószalag, fedőszalag, papír és toll

Nyelv: Egyes, tízes, a számítás, az első szám, a második szám, az eredmény
Ez itt egy tízes rúddal több/kevesebb.

Cselekvés: • A gyermek ábrázol egy „kis” számítást (a 10-es számkörben) korongos számolószalaggal (és fedőszalaggal): $5 + 3$ ill. $7 - 2$
Ez alá kirakja a „nagy” számítást (a 20-as számkörben) az eszközök segítségével: $15 + 3$ ill. $17 - 2$

T: „Mi a különbség az első és a második számítás között?”

Gy: „Az első számhoz hozzájön egy tízes. A második szám ugyanaz marad.”

T: „Mi a nagy számítás eredménye? Segít benne a kis számítás?”

Gy: „A „nagy” számításnál jön hozzá egy tízes. Ezért az eredménynél is hozzáadódik egy tízes.”

- A „nagy” számítást előre megadjuk. A „kis” számítást a gyermek „találja meg” hozzá.
- Az összeillő számításokat párként keresi meg: $9 - 5$, $19 - 5$

Változatok: • $5 + 3 \rightarrow 5 + 13$ „Mi változott meg a számításnál? Mi az eredmény?”

- Megmutatunk egy „kis” számítást (pl. $3 + 2$, $8 - 4$). A gyermek megnevezi hozzá a „nagy” számítást, majd kiszámítja azt. (Csak gondolatban teszi hozzá a tízes rudat a második számításhoz.)
- Megmutatunk egy „kis” számítást (pl. $14 + 3$, $19 - 4$).
T: „Melyik számítás segít ebben?” A gyermek megnevezi a „kis” számítást.



Itt találod a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok a 100-as számkörben tízesátlépés nélkül

Analógiák és számolási stratégiák

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/20

$$15 + 2 =$$

$$11 + 6 =$$

$$18 - 4 =$$

$$14 + 2 =$$

$$5 + 2 =$$

$$6 + 1 =$$

$$8 - 4 =$$

$$16 - 2 =$$

Fontos tudnivalók

A 10-es számkörben elsajátított számolási stratégiákat* ezután alkalmazni lehet a 20-as számkör feladataira tízesátlépések nélkül.

A buktatók elkerülése

Számolási stratégiák a 10-es számkörben 10-ES SZK/27-től 10-ES SZK/41-ig

Helyiérték táblázat 20-AS SZK/5 és 20-AS SZK/6

Húszas mező 20-AS SZK/10 és 20-AS SZK/11

Analógiás feladatok* a 20-as számkörben 20-AS SZK/19

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számolási stratégiákhoz tartozó matematikai fogalmak nyelvileg annyiban rögzültek, hogy a gyermek le tudja írni a matematikai gondolkodást és cselekvést. Az analógiás feladatok* megértésének elmélyítése: $3 + 3 = 6$, $13 + 3 = 16$

T: „Mi tűnik fel?” Gy: „A második feladatban az első szám és az eredmény egy tízzel több.”

Analógiák és számolási stratégiák

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/20

Így járj el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, helyiértéket szemléltető eszközök, papír és toll

Nyelv: első szám, második szám, tízes, egyes, „az 5-ös ereje”*, felcseréléses feladat*, duplázás, felezés, „kölcsonös megváltoztatás”*, fordított műveletes ellenőrző feladat*, szomszédos feladat*

Cselekvés: A 10-es számkörben szerzett számolási stratégiákat* alkalmazni lehet a 20-as számkör analógiás feladataira* is.

Az alábbi számításokat pl. kézi bontásokkal, helyiértéket szemléltető eszközökkel vagy korongos számolószalag (és fedőszalaggal) lehet ábrázolni a húszas mezőben:

- „Az 5-ös ereje”*: $15 + 2$, $17 - 5$
- Felcseréléses feladatok*: $11 + 6$ ($6 + 1$)
- Feladatok nullával: $13 + 0$, $15 - 0$
- Duplázás és számszomszédok* eggyel több az egyesek helyén: $13 + 3$ ($3 + 3$) és $13 + 4$ ($3 + 4$)
- Duplázás és számszomszédok* eggyel kevesebb az egyesek helyén: $14 + 4$ ($4 + 4$) és $13 + 4$ ($3 + 4$)
- Felezés az egyesek helyén: $18 - 4$ ($8 - 4$)
- „Ellenkező irányú változtatás”*: $17 + 1$, $16 + 2$
- Fordított műveletes ellenőrző feladat*: $14 + 2$, $16 - 2$

A gyermek a tanítóval közösen leírja a számítást, valamint a megfelelő számolási stratégiákat*.

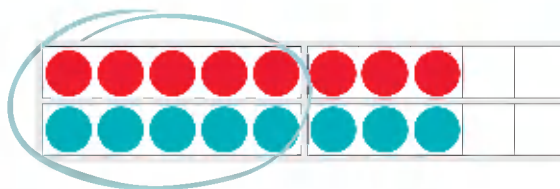
Itt találod a FOLYTATÁST!



- Hasonló feladatok kidolgozása és leírása a 100-as számkörben

Tízestlépés – Duplázás

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/21**



$8 + 8$

Fontos tudnivalók

A megduplázás mint számolási stratégia* esetén a tízesátlépésnél „az 5-ös erejét”* és a „rész-egész elvet”* használjuk:

$$8 + 8 = 5 + 3 + 5 + 3 \text{ ill. } 5 + 5 + 3 + 3$$

A kézi bontás* segít abban, hogy ezeket a feladatokat számolással és ne számlálással oldja meg a gyermek.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-meg-egy táblázatban* piros szín jelöli.

A buktatók elkerülése

A duplázás mint számolási stratégia* 10-ES SZK / 32 már automatikusan megy..

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

pl. $8 + 8$: A gyermek felmutat 8 ujjat és a tanító is felmutat 8 ujjat. Az ujjakat úgy helyezik egymásra, hogy mindkét kéz 5 ujja és mindkét kéz 3 ujja érinti meg egymást. Ezután meghatározzák a két részhalmazt ($5 + 5$ és $3 + 3$) és összeadják őket.

Alternatíva: A gyermek az ujjakat tükör előtt mutatja fel.

Absztrahálás: A második ujjképet* már csak képzeletben teszi hozzá a gyermek.

Tízestlépés – Duplázás

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/21

Így járj el!

Anyagok: Ujjképek*, esetleg tükör, húszas mező, korongos számolószalag, számkártyák, az egy-meg-egy táblázat (fekete-fehér) másolata és toll,

az egy-meg-egy táblázat piros számítási kártyái* ($6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$)

Nyelv: duplázás, a duplája
____ duplája ____.

Fogalomalkotás – „megduplázás”: Ugyanaz a szám kétszer van ott. Ugyanaz a szám kétszer fordul elő.

vagy: Mind a két szám egyforma.

- Cselekvés:**
- A „Gondolkodási folyamatok aktiválása” részben leírnak megfelelően minden duplázási feladatot kidolgozunk:
 $6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$
 - A gyermek a duplázási feladatokat a korongos számolószalaggal kirakja a húszas mezőben, leírja és megoldja őket:
 $5 + 3 + 5 + 3 = 5 + 5$ és $3 + 3$
= A 10-es és a kis duplázási feladatok „kvázi-szimultán” felismerése a tömbösített ábrázolásnál* ($5 + 5$)
 - Villámgyakorlat*: Felmutatunk egy számkártyát (6, 7, 8 vagy 9) Gy: „____ duplája ____.”

Változatok: • Az egy-meg-egy táblázaton* megjelölünk minden számítást, amit a duplázás segítségével lehet megoldani .

• Pillantás a 20-ra a húszas mezőben: Mennyi hiányzik még a 20-hoz? ($7 + 7 = 14$ és $14 + _ = 20$)

• A szorzás fogalmának előkészítése a húszas mezőben:

T: „Hányszor látod a 8-at?” –

Gy: „Kétszer, itt van 8 és itt van 8. Ez összesen 16.”

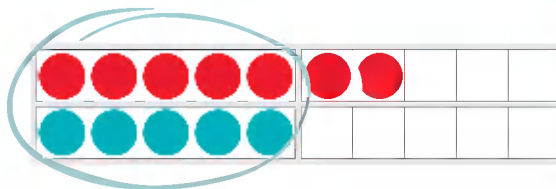
Itt találd a FOLYTATÁST!



- Tízestlépés Duplázás + 1/ -1 20-AS SZK / 23
- Analógiás feladatok* a 100-as számkörben ($6 + 6$, $36 + 6$)

Tízestlépés – „Az 5-ös ereje” az összeadásnál

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/22**



7+5

Fontos tudnivalók

Az 5-össel való tízestlépéseket a kézzel való bontásokkal* szemléltetve számlálás nélkül lehet megoldani.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-meg-egy táblázatban* sárga szín jelöli.

A buktatók elkerülése

Ujjképek* [10-ES SZK/12](#)

Kézzel való bontás* számolási stratégia [10-ES SZK/29](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Pl. $7 + 5$: A gyermek 7 ujját mutat fel, a tanító 5 ujját mutat fel. Az ujjakat úgy helyezik egymásra, hogy az 5 ujj a két kézen egymáshoz ér.

Ezután meghatározzák a két részmennyiséget ($5 + 5$ és 2) majd összeadják azokat.

Alternatíva: A gyermek felmutat 7 ujját. Az öt ujját egy tükörben mutatja és duplázza meg.

Absztrahálás: A tükrözést (az 5-ös duplázása) már csak gondolatban hajtják végre.

Tízestlépés – „Az 5-ös ereje” az összeadásnál

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/22**

Így járj el!

Anyagok: Ujjképek, húszas mező, korongos számolószalag, az egy-meg-egy táblázat sárga számítási kártyái* ($6 + 5$, $7 + 5$, $8 + 5$, $9 + 5$ és ezek felcseréléses feladatai), papír és toll

Nyelv: Pl. „A 7 esetén arra gondolok, hogy $5 + 2$ ”, stb.

Fogalomalkotás, „Az 5-ös ereje”*

Cselekvés: • Az 5-össel való tízestlépéseket és azok felcseréléses feladatait az ujjképek segítségével dolgozzuk ki:

$6 + 5$, $7 + 5$, $8 + 5$, $9 + 5$

- A gyermek a számításokat korongos számolószalaggal teszi ki a húszas mezőben.

A 10 „kvázi-szimultán” felismerése a tömbösített ábrázolásnál*: $5 + 5 + 2$

- A számítások lejegyzése.



Változatok: • A gyermek néhány tízestlépéses számítás közül kikeresi a $+ 5$ -tel végzett feladatokat vagy azok felcseréléses feladatait, lejegyzi őket és megoldja.

(pl. $5 + 7$, $7 + 5$)

- A húszas mezőben való feladatmegoldás – miután a gyermek megoldotta az összeadási feladatot, átgondolja, hogy mennyi hiányzik a 20-hoz:

$7 + 5 = 12$ és $12 + _ = 20$

Itt találsz a FOLYTATÁST!

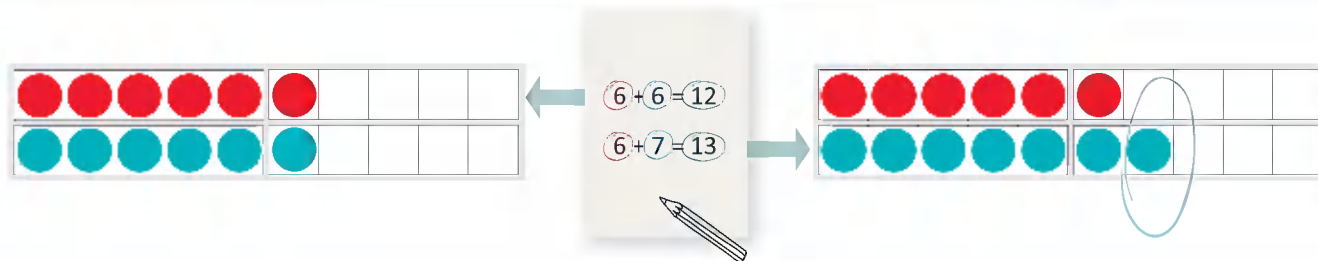


• Analógiás feladatok a 100-as számkörben ($5 + 7$, $15 + 7$, $25 + 7$, ...)

• $6 + 8 = (5 + 1) + (5 + 3) = 5 + 5 + 1 + 3 = 10 + 4$

Tízestlépés – Duplázás +1/-1

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/23**



Fontos tudnivalók

A gyermeknek meg kell értenie, hogy ha az egyik részmennyiség eggyel több vagy kevesebb lesz, akkor az eredmény is eggyel több vagy kevesebb lesz. A gyermek cselekvéssel teszi láthatóvá a „ha-akkor-kapcsolatot”: Ha egy mennyiséget egy bizonyos számmal megváltoztatunk, akkor az eredmény is ezzel a számmal változik meg.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-meg-egy táblázatban* rózsaszín szín jelöli.

A buktatók elkerülése

Számolási stratégia* Duplázás + 1/ - 1 10-ES SZK / 28, Tízestlépés – Duplázás 20-AS SZK / 21

Ezeknél a feladatoknál „az 5-ös ereje” számolási stratégia is rendelkezésre áll lehetséges megoldásként:
 $6 + 7 = 5 + 1$ és $5 + 2$
(ld. 20-AS SZK / 22)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A duplázási feladatot és a szomszédos feladatot* összehasonlítjuk egymással és jellemezzük őket:

- $6 + 6 = 12$ „*Rakd ki az alábbi számítást: $6 + 6$! Mit kell tenned annak érdekében, hogy a $6 + 7$ / $7 + 6$ számítás legyen itt?*”
- $6 + 7 = 13$ A gyermek lerak egy lapocskát, vagy elvesz egyet.
- $7 + 6 = 13$ A számítás megváltoztatását általában gyorsan megértik a gyerekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni (segítenek a színek, ld. kép).
Ügyeljünk arra, hogy **vagy** az első **vagy** a második szám megváltoztatható eggyel!

Tízestlépés – Duplázás +1/-1

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/23**

Így járj el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, ujjképek*, papír és toll,
az egy-meg-egy táblázat* piros és rózsaszín számítási kártyái ($6 + 6$, $6 + 7$, $7 + 6$ stb.)

Nyelv: az első szám, a második szám, eggyel több/kevesebb, az eredmény
Az első szám ugyanannyi. A második szám eggyel több/kevesebb. Az eredmény is eggyel több/kevesebb.

Fogalomalkotás: „Duplázás + 1”: A duplájára gondolok és hozzáadok egyet.

„Duplázás- 1”: A duplájára gondolok és elveszek belőle egyet.



- Cselekvés:**
- Duplázási feladatok lerakása a húszas mezőben ötös szerkezettel (tömbösített ábrázolás*) és annak jellemzése:
pl. $6 + 6 = 12$, végül adjunk hozzá, vagy fedjünk le egy korongot.
A gyermek leírja az új feladatot: „A második sorban egy koronggal több (kevesebb) van.”
T: „Hogy hangzik tehát a számítás és mi az eredmény?” – Gy: „ $6 + 7$ ” ill. „ $6 + 5$ ”
 - A tanító és a gyermek ujjképekkel* mutatnak duplázási feladatokat. A feladat megváltoztatjuk eggyel többre/kevesebbre.
A gyermek megnevezi és feljegyzi a számításokat. Hozzáírja a megfelelő duplázási feladatot.
 - A számolási stratégiát* már csak gondolatban végzi el:
A duplázási feladat a húszas mezőben vagy négy kézből álló ujjképként* jelenik meg.
A gyermek megnevezi a megfelelő számítást. Ezután gondolatban megváltoztatja az egyik részmennyiséget eggyel többre/kevesebbre, megfogalmazza az új számítást és leírja azt.
 - Leír egy duplázási feladatot + 1/- 1. T: „Melyik duplázási feladat tud segíteni?”
- Változat:**
- A duplázási feladatok piros számítási kártyáihoz a gyermek megkeresi a rózsaszín szomszédos feladatokat*. Ezeket leírja és számításként lejegyzi (bizonytalanság esetén ki is lehet rakni): pl. $8 + 8$: $8 + 9$, $9 + 8$, $8 + 7$, $7 + 8$

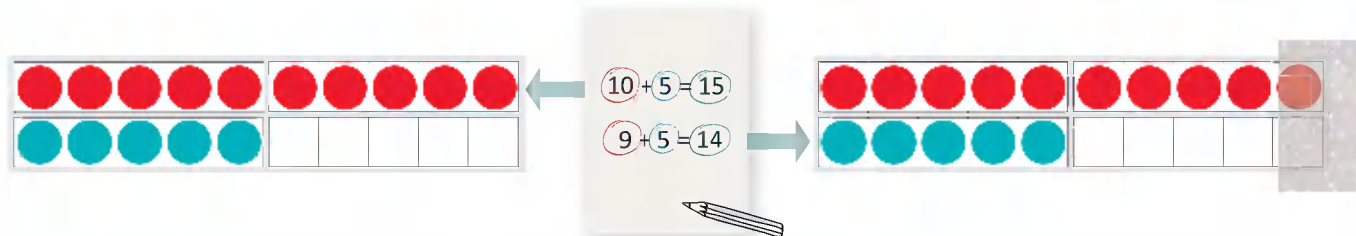
Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok* a 100-as számkörben ($6 + 7$, $46 + 7$)

Tízesátlépés – A tízes közelsége

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/24**



Fontos tudnivalók

A szomszédos feladatok* megértésével a 9-cel való tízesátlépéseket számlálás nélkül is meg lehet oldani.

$10 + 5 = 15$, $9 + 5 = 14$. Az eredmény eggyel kevesebb, mert az első szám eggyel kevesebb.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-meg-egy táblázatban* világoskék szín jelöli.

A buktatók elkerülése

A gyermek megértette a 9 és a 10 mennyiségek közötti kapcsolatot (eggyel több, ill. kevesebb) és így alkalmazni lehet azt a számítási feladatokra.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A feladatokat kirakja korongos számológésszalaggal és a részmennyiség megváltoztatását a fedőszalaggal jelzi.

A számítás megváltoztatását általában gyorsan megértik a gyerekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni (segítenek a színek, ld. kép).

Tízestlépés – A tízes közelsége

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/24**

Így járj el!

- Anyagok:** Korongos számolószalag, húszas mező, fedőszalag, az egy-meg-egy táblázat* világoskék számítási kártyái ($9 + \underline{\quad} / \underline{\quad} + 9$), Az egy-meg-egy táblázat másolata (fekete-fehér), papír és toll
- Nyelv:** az első szám, a második szám, eggyel több, eggyel kevesebb, egyenlő, az eredmény
Az első szám eggyel kevesebb lesz, a második szám ugyanaz marad.
Az eredmény is eggyel kevesebb.
- Fogalommagyarázat:** „A tízes közelsége”*: A 10-es feladatra gondolk.
- Cselekvés:**
- A gyermek kirakja a $10 + 5$ feladatot a húszas mezőben (ebben az esetben könnyebb a lineáris ábrázolás*).
T: „Mit kell tenned annak érdekében, hogy $9 + 5$ legyen itt?” Gy: „El kell vennem/Le kell takarnom egyet a 10-ből.”
T: „Mi történik így az eredménnyel?” Gy: „Eggyel kevesebb lesz.”
 - A gyermek lejegyzí a $9 + 6$ feladatot.
T: „Melyik számítás segít ebben?” – Gy: „Arra gondolk, hogy $10 + 6$, majd eggyel kevesebb.
 - A gyermek a $\underline{\quad} + 9$ -es feladatokat ($4 + 9$) is erre a mintára oldja meg..
- Változat:**
- Az egy-meg-egy táblázatban* megjelöljük a tízesátlépéses számításokat, amelyekhez már ismerünk egy számolási stratégiát* pl. a tízes közelsége* és „az 5-ös ereje”* (Feladatok az 5-ös vagy a 9-es részmennyiséggel).
A gyermekkel felfedezzük, hogy a $9 + 5 / 5 + 9$ feladathoz mind a két stratégiát használhatjuk.

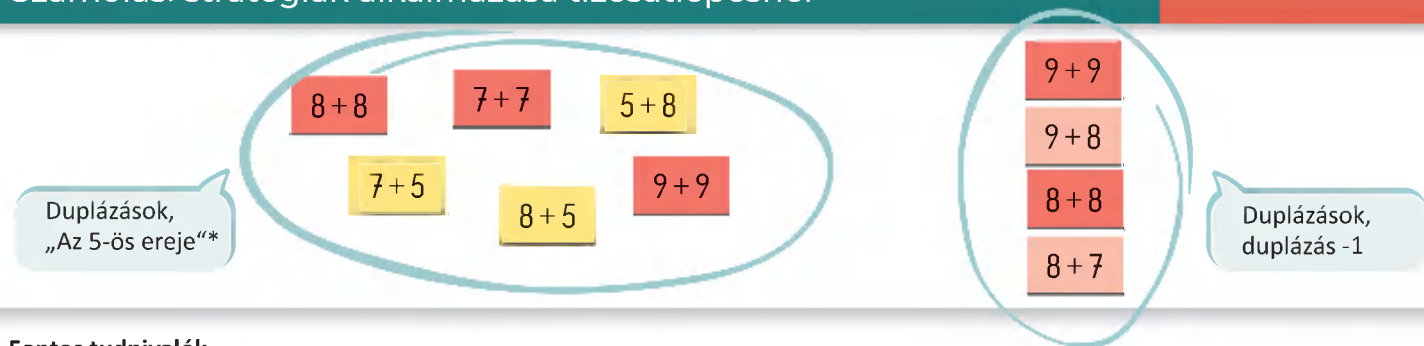
Itt találod a FOLYTATÁST!



- Analógiás feladatok a 100-as számkörben ($39 + 7$)

Számolási stratégiák alkalmazása tízesátlépésnél

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/25**



Fontos tudnivalók

A tízesátlépések úgy válnak automatikussá, hogy a gyermek egy feladathoz megtalálja a megfelelő számolási stratégiát*.

Alapvető kérdés: „*Mi tűnik fel?* „*Hogyan tudsz számolni?*” Minden tízesátlépést meg lehet oldani az elsajátított számolási stratégiákkal*, kivéve az alábbi négy feladatot:

$7 + 4$, $8 + 3$ / $8 + 4$, $8 + 6$ (ld. „Cselekvés”)

Ezeket a számításokat az egy-meg-egy táblázatban* világoskék / fehér szín jelöli.

A buktatók elkerülése

A gyermek már elsajátította és gyakorolta az alábbi számolási stratégiákat* a tízesátlépésekhez:

Duplázás 20-AS SZK / 21, „Az 5-ös ereje”* 20-AS SZK / 22, Duplázás + 1/ – 1 20-AS SZK / 23, A tízes közelsége* 20-AS SZK / 24

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számolási stratégiák* gondolkodási folyamatainak automatizálása saját készítésű kartotékkártyák segítségével.

Egy számítást feljegyzünk egy A7-es kártyára. A hátoldalra felírjuk, hogy melyik számolási stratégiával számítjuk ki a feladatot vagy melyik feladatot segíthet (pl. első oldal: $6 + 7$, hátoldal: $6 + 6$, első oldal: $9 + 4$, hátoldal $10 + 4$).

Ezeket a kártyákat a gyermekkel közösen dolgozunk ki és a rendszeres gyakorláshoz használjuk.

Számolási stratégiák alkalmazása tízesátlépésnél

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/25**

Így járj el!

Anyagok: Számítási kártyák (színes vagy fekete-fehér) tízesátlépésekkel az egy-meg-egy táblázatból*,

Egy-meg-egy táblázat (színes), papír és toll

Nyelv: Duplázás, „az 5-ös ereje”*, duplázás + 1/ – 1, a tízes közelsége*, szomszédos feladatok*

Mi tűnik fel? Hogyan tudsz számolni? Melyik számítás segít?

Cselekvés: • A tanító feladatokat tesz le két számolási stratégiának* megfelelően.

A gyermek kiválogatja a feladatokat számolási stratégia szerint és jellemzi azokat.

- A 7 + 4, 8 + 4, 8 + 6, 8 + 3 számítási kártyák és azok felcseréléses feladatai*: A gyermekkel megfelelő számolási stratégiákat, ill. szomszédos feladatokat keresünk, amelyekkel meg lehet oldani az alábbi feladatokat:

$$7 + 4 \rightarrow 7 + 3 \text{ vagy } 7 + 5$$

$$8 + 3 \rightarrow 8 + 2$$

$$8 + 4 \rightarrow 8 + 5$$

$$8 + 6 \rightarrow 8 + 5 \text{ vagy „Az 5-ös ereje” } (5 + 3 + 5 + 1)$$

- A számítások egymásra irányuló kapcsolatának felfedezése:

A tanító lejegyzi, hogy 9 + 9, 9 + 8, 8 + 8

T: „Keresd meg a következő lehetséges feladatot!” (pl. 8 + 7)

Változat: • A tanító és a gyermek közösen más megoldásokat keres, ami szerint szét lehet válogatni a számításokat (ld. a színes egy-meg-egy táblázatot*).

Némelyik számításhoz több számolási stratégia* is illik.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• „Szép csomagok”* megkeresése önállóan

Kiegészítés 20-ra

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/26**



Mennyi hiányzik még?

$$16 + \underline{\quad} = 20$$



Fontos tudnivalók

Ha már automatikussá vált a kiegészítés 10-ig és a gyermek a 11-20 számokat tízesekből és egyesekből álló összetételként értelmezi akkor a 20-ig történő kiegészítéseket analógiás feladatokként* lehet megoldani ($6 + \underline{\quad} = 10 \rightarrow 16 + \underline{\quad} = 20$).

A buktatók elkerülése

Kiegészítések a 10-es számkörben [10-ES SZK / 42](#) és [10-ES SZK / 43](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek a lerakott és hiányzó mennyiségeket a húszas mezőben a „kvázi-szimultán felismeréssel” írja le és nevezi meg.

„Itt van 16. Még 4 hiányzik.”

Így járj el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag, ujjképek*, papír és toll

Nyelv: Ez _____. Mennyi hiányzik még, hogy 20 legyen? Még ____ hiányzik.

Cselekvés: • Egy bizonyos mennyiséget korongos számolószalaggal kirakunk a húszas mezőben.

T: „Hány korong hiányzik még, hogy 20 legyen?”

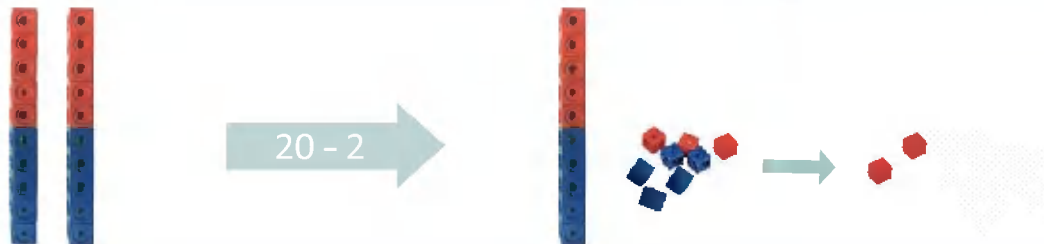
Gy: „Még ____ hiányzik.”

- Számítás felírása: $16 + __ = 20$
- Felírunk egy „nagy” számítást ($16 + __ = 20$). Mielőtt a gyermek ezt kiszámítja, hozzáírja a „kis” számítást ($6 + __ = 10$) és kiszámolja azt (esetleg ujjképek* segítségével).
- „Kis” és „nagy” számítások párként való megtalálása és leírása.



Szétbontás ($20 - \underline{\hspace{1cm}}$)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/27**



Fontos tudnivalók

Egyszerű és ismert feladatokból indulunk ki ($10 -$). Ezt a tudást alkalmazzuk a nehezebb számításokra ($20 -$) ill. ezzel kapcsoljuk össze azokat.

A buktatók elkerülése

Csoportosítás és szétbontás [20-AS SZK/2](#) vagy [20-AS SZK/4](#)

A 10 elemekre bontásai [10-ES SZK/36](#) és [10-ES SZK/37](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A szétbontás folyamatát nyelvileg kísérvük, hogy kifejlődjön az alábbiak megértése:

A 20 két tízeset jelent. Nincsenek egyeseim. Ha el szeretnék venni egy egyest, akkor először a tízes rudat be kell váltanom tíz egyes kockára.

Vagy egy egymásba illeszthető kockákból álló tízes rudat tíz egyes kockára bontunk szét.

Az eredményt is pontosan felírjuk: „18. Előtt két tízesem volt. Most már csak egy tízesem van, mivel egy tízes rudat beváltottam. Kíváncskor a „kis” számításra gondoltam ($10 - 2$), amit az ujjaimon is meg tudok figyelni.“

Szétbontás (20 – __)

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/27

Így járj el!

Anyagok: Ujjképek*, húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, egymásba illeszthető kockák, helyiértéket szemléltető eszközök

Nyelv: kivonni, lefedni, kevesebb, mínusz

Vegyé el __! Takarj le __!

Cselekvés: Feladatok 20-szal – __:

- Két darab egyenként 5 piros és 5 kék egymásba illeszthető kockából álló tízes rúd van a gyermek előtt.
A megfelelő számú kockát elvesszük, letakarjuk vagy gondolatban levonjuk egy tízes rúdból.
- Feladatok a helyiértéket szemléltető eszközökkel: Két tízes rúd van a gyermek előtt. Ahhoz, hogy az egyes kockákat el tudjuk venni először be kell váltani a tízes rudat 10 egyes kockára.
- Feladatok a húszas mezőben korongos számolószalaggal: A korongokat letakarjuk a fedőszalaggal.

Változatok: • Feladatok tízes rúddal és ujjképpel*: Egy tízes rúd van a gyermek előtt, a másik tízest az ujjával mutatja.

T: „20 van nálad. Vegyé el kettőt!” A gyermek behajtja 2 ujját és a válaszadásnál gondolatban hozzáadja a tízest.

Gy: „Húszból/Húsz mínusz 2 az 18.”

- Villámgyakorlat* a húszas mezőben:

Két tízes van a húszas mezőben. Egy ujjal két részhalmazra osztja a második tízest, pl. kettőre és nyolcra.

Gy: „12 meg 8 az 20.” vagy „20 mínusz 8 az 12.”

- Az üres húszas mezős feladatokat csak gondolatban oldja meg a gyermek.

Itt találod a FOLYTATÁST!



- Analógiás feladatok* a 100-as számkörben (30 – 4)

Tízestlépés – Felezés

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/28**



16 - 8

Fontos tudnivalók

Ha a duplázások és a fordított műveletes ellenőrző feladatok* megértése bevésődött, akkor a 20-as számkörben már számlálás nélkül lehet elvégezni a felezéseket.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-mínusz-egy táblázatban* piros szín jelöli.

A buktatók elkerülése

Tízestlépés - Duplázás [20-AS SZK / 21](#)

Fordított műveletes ellenőrző feladatok* [10-ES SZK / 27](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Az összeadás és kivonás műveletek közötti összefüggést pl. így lehet elsajátítani:

„Először ____ adok hozzá. Ezután pedig ugyanannyit kivonok belőle.”

Tízestlépés – Felezés

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/28**

Így járj el!

Anyagok: Ujjképek*, húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, számkártyák, az egy-mínusz-egy táblázat (fekete-fehér) másolata, az egy-mínusz-egy táblázat* piros számítási kártyái ($12 - 6$, $14 - 7$, $16 - 8$, $18 - 9$), papír és toll

Nyelv: a fele, felezés, ugyanannyi, mínusz, elvenni

A fele marad meg. ___ a ___ fele. Fent ___ korong van, és lent is ___ korong van.

Az első sorban ___ korong van, a másodikban pedig ___ korong. ___ adok hozzá. ___ veszek el.

Ez összesen ___. Ez pedig ___.

Fogalomalkotás „Felezés”: Úgy osztom fel két személy között, hogy mindenkinek ugyanannyi jusson.

- Cselekvés:**
- A duplázási feladatot ujjképekkel* vagy korongos számolószalaggal mutatjuk meg és számítjuk ki a húszas mezőben (az első sorban 8 van és a második sorban is 8 van): $8 + 8 = 16$, végül pedig megfogalmazzuk az ehhez illő mínusz-számítást (fordított műveletes ellenőrző feladatot*): $16 - 8 = 8$. Gy: „8 a 16 fele.”
 - Feljegyünk egy felezési feladatot, pl. $14 - 7$.
A gyermek átgondolja, hogy melyik fordított műveletes ellenőrző feladat* tartozik hozzá: $7 + 7 = 14$
 - Az összes duplázási és felezési feladat vegyesen van az asztalon. A gyermek megkeresi az összeillő feladatpárokat, leírja, majd kiszámítja azokat.

- Változatok:**
- A 10–20 számkártyák vannak a gyermek előtt. A gyermek kiválasztja azokat a számokat, amiket meg lehet felezni.
 - Az egy-mínusz-egy táblázaton* közösen számításokat keresnek és jelölnek meg, amit a felezés segítségével lehet megoldani.

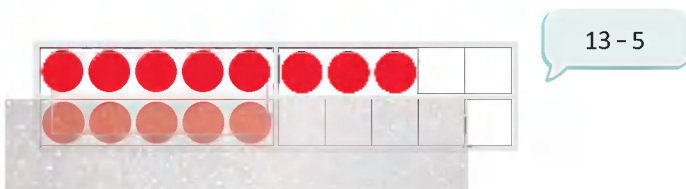
Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Analógiás feladatok* a 100-as számkörben ($34 - 7$)

Tízesátlépések – „Az 5-ös ereje”

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/29**



Fontos tudnivalók

Az - 5-ös és = 5-ös tízesátlépéseknél a tömbösített ábrázolás képét lehet használni a húszas mezőben.

Az alábbi feladatokat lehet szemléletesen számlálás nélkül megoldani:

11 - 5, 11 - 6, 12 - 5, 12 - 7, 13 - 5, 13 - 8, 14 - 5, 14 - 9 (a sárgával jelölt számítások az egy-mínusz-egy táblázatban*)

A buktatók elkerülése

Húszas mező 20-AS SZK/10 és 20-AS SZK/11

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Azáltal, hogy a gyermek a húszas mezőbe ötkorongos számolószalaggal a tömbösített ábrázolásban* rakja ki a mennyiségeket, a megnevezett kivonásokat ránézés alapján meg lehet oldani.

Tízestlépések – „Az 5-ös ereje”

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/29**

Így járj el!

- Anyagok:** Húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, (színes) egy-mínusz-egy táblázat, papír és toll, az egy-mínusz-egy táblázat* sárga számítási kártyái ($11 - 5 / 11 - 6$, $12 - 5 / 12 - 7$, $13 - 5 / 13 - 8$, $14 - 5 / 14 - 9$)
- Nyelv:** felső sor, alsó sor, elvenni, a tízes tömb
Fogalomalkotás „Az 5-ös ereje”*
- Cselekvés:**
- Kiteszünk egy számítási kártyát – 5-tel, a gyermek pedig lejegyzí a feladatot, pl. $13 - 5$:
A gyermek a korongos számolószalag segítségével tömbösítve ábrázolja* a 13-at a húszas mezőben.
A tömbösített ábrázolás* által a felső sorban 5 és 3 korong van, az alsó sorban 5 korong.
A fedőszalaggal letakar 5 korongot. A gyermek elmondja és leírja a számítást és az eredményt.
 - Ugyanígy ki lehet tenni egy = 5-ös feladatot is (pl. $13 - 8$), majd ki lehet számítani azt.
 - A további feladatokat is így oldja meg a gyermek. Minden számítást megkeres az egy-mínusz-egy táblázatban* és átismétli „az 5-ös ereje” számolási stratégiát.

Itt találod a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok a 100-as számkörben ($43 - 5$, $43 - 8$)

Tízestlépés – A tízes közelsége ($11 - __$, $__ - 9$)

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/30**



Fontos tudnivalók

A szomszédos feladatok* megértésével a $11 - __$ és $__ - 9$ -es kivonások számolás nélkül megoldhatók.

11 - 7 Segédfeladat: $10 - 7 = 3$

14 - 9 Segédfeladat: $14 - 10 = 4$

Az ezekkel a stratégiákkal végzett számítások főként világoskék színűek az egy-mínusz-egy táblázatban*.

A buktatók elkerülése

Mínusz feladatok szomszédos feladatai 10-ES SZK/39

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A tízes* szomszédai feladatokra vonatkozó stratégiákat cselekvés útján és nyelviileg kell kidolgozni.

Még akkor is, ha csak a számítást ajánlják fel, a gyermeknek le kell írnia, hogyan gondolkodik, vagy melyik számítás segít a feladatban, és miért.

Tízestlépés – A tízes közelsége (11 – __ , __ – 9)

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/30

Így járj el!

- Anyagok:** Húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, az egy-mínusz-egy táblázat (fekete-fehér) másolata, papír és toll, az egy-mínusz-egy táblázat* világoskék számítási kártyái
(11 – 2, 11 – 3, 11 – 4, 11 – 5, 11 – 5, 11 – 6, 11 – 7, 11 – 8, 11 – 9, 11 – 9, 12 – 9, 13 – 9, 14 – 9, 15 – 9, 16 – 9, 17 – 9, 18 – 9)
- Nyelv:** első szám, második szám, eggyel több, egy hozzáadása, az eredmény
Fogalommagyarázat: A tízes közelsége*
- Cselekvés:**
- Feladatok 11-gyel – Kiteszünk egy számítási kártyát, a feladatot pedig (pl. 11 – 7) lerakjuk a húszas mezőbe (a lineáris ábrázolás* ebben az esetben érthetőbb).
A gyermek jobbról kezdve letakar 7 korongot a tízesből. Az eredmény azonnal leolvasható.
 - A gyermek lejegyzí a 11 – 8 és csak fejben oldja meg.
T: „Melyik számítás segít ebben?”, Gy: „Arra gondolok, hogy 10 – 8 meg egy.”
 - Feladatok __ – 9
A gyermek pl. 14 korongot tesz a húszas mezőbe (lineáris ábrázolás*).
A tízes csíkot letakarj és megnevezi hozzá a számítást (14 – 10) majd az eredményt.
Végül a gyermek a fedőszalag segítségével bemutatja a 14 – 9 számítást és megnevezi az eredményt.
 - A gyermek lejegyzí a 15 – 9 feladatot és csak fejben oldja meg:
T: „Melyik számítás segít ebben?”, Gy: „Arra gondolok, hogy 15 – 10 meg egy.”
- Változat:**
- A gyermek további feladatokat keres 11 – __ vagy __ – 9-cel, majd lejegyzí és megoldja azokat.
Némelyik feladatot különböző stratégiák segítségével is meg lehet oldani, pl. 18 – 9 (felezés vagy a tízes közelsége*).

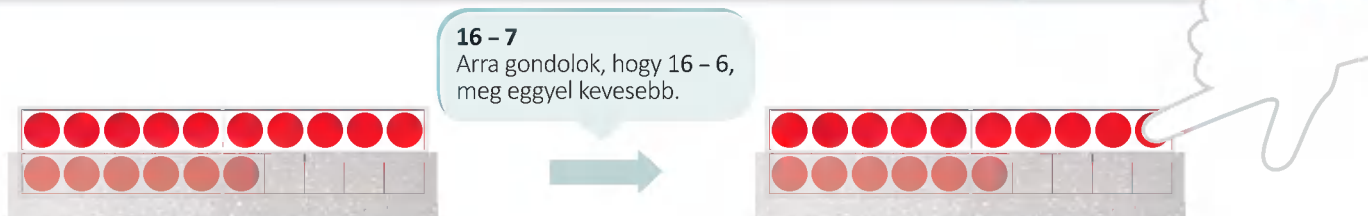
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Analógiás feladatok a 100-as számkörben (41 – 7, 63 – 9)

Tízestlépés – A tízes közelsége (eredmény: 9) és számszomszédos feladatok

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/31**



Fontos tudnivalók

A szomszédos feladatok* megértésével a 9-es eredményű tízestlépéseket (z.B. $13 - 4$) számlálás nélkül is meg lehet oldani.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-mínusz-egy táblázatban* világoskék szín jelöli.

A $13 - 6$, $13 - 7$, $15 - 7$, $15 - 8$ feladatok felezések szomszédos feladatai és fordított műveletes ellenőrző feladatokkal* is meg lehet őket oldani.

Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-mínusz-egy táblázatban* rózsaszín szín jelöli.

A buktatók elkerülése

Számszomszédos feladatok a kivonásos feladatoknál 10-ES SZK/39

Tízestlépés – Felezés 20-AS SZK/28

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A fenti feladatok stratégiáit cselekvéssel összekötve és nyelvileg kísérve kell elsajátítani.

Ha már csak a számítást mutatjuk meg, a gyermeknek akkor is le kell írnia, hogy hogyan gondolkodott, ill. melyik számítás segít ennél a feladatnál és miért.

Tízestlépés – A tízes közelsége (eredmény: 9) és számszomszédos feladatok

FEJLESZTÉS 20-AS SZK/31

Így járj el!

Anyagok: Húszas mező, korongos számolószalag, fedőszalag, papír és toll, az egy-mínusz-egy táblázat* világoskék és rózsaszín számítási kártyái:

- az eredmény: 9; $11 - 2$, $12 - 3$, $13 - 4$, $(14 - 5)$, $15 - 6$, $16 - 7$, $17 - 8$ (világoskék számítási kártyák)
- a felezés számszomszédos feladatai*: $13 - 6$, $13 - 7$, $15 - 7$, $15 - 8$ (rózsaszín számítási kártyák)

Nyelv: első szám, második szám, eggyel több/kevesebb, az eredmény
Fogalomképzés „Számszomszédos feladatok”*

- Cselekvés:**
- Feladatok a 9-es eredménnyel, pl. $16 - 7$
A gyermek kirak 16 korongot a húszas mezőben (ebben az esetben érthetőbb a lineáris ábrázolás*).
A fedőszalaggal megmutatja a $16 - 6$ számítást, majd megnevezi az eredményt.
Ezután a $16 - 7$ számítást mutatja meg. Egy további korongot letakar az ujjával.
 - A gyermek lejegyzí a $17 - 8$ feladatot és csak fejben oldja meg.
T: „Melyik számítás segít ebben?”
Gy: „Arra gondolok, hogy $17 - 7$, majd elveszek még egyet belőle.”
 - A felezés számszomszédos feladatai
Számolási stratégia pl. a $13 - 6$ -hoz: „Arra gondolok, hogy $12 - 6$.” vagy: „Arra gondolok, hogy $6 + 7$.”
 - A gyermek ugyanígy jár el a többi számítási kártyával is és lejegyzí a hasznos számolási stratégiákat.

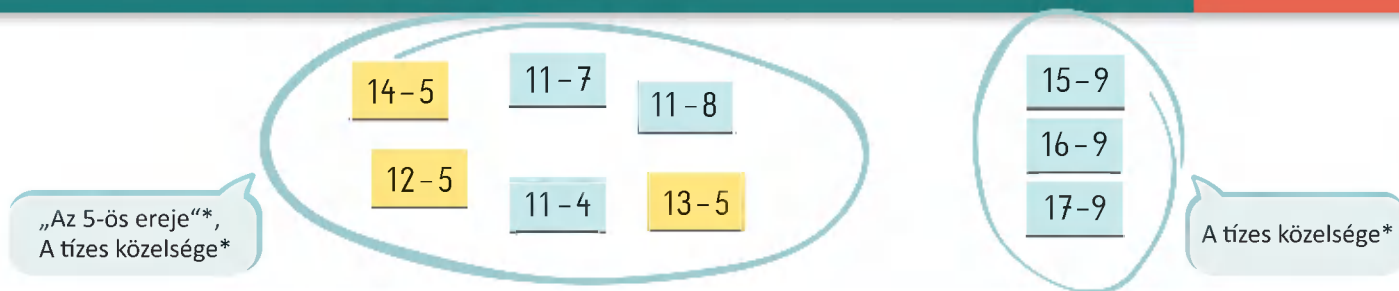
Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Analógiás feladatok* a 100-as számkörben ($46 - 7$, $45 - 7$)

Számolási stratégiák használata tízesátlépésnél

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/32**



Fontos tudnivalók

A tízesátlépések úgy válnak automatikussá, hogy a gyermek a feladatokhoz megtalálja a megfelelő számolási stratégiát*.

Alapvető kérdések: „*Mi tűnik fel?*”, „*Hogyan tudsz számolni?*”

Minden tízesátlépést meg lehet oldani az elsajátított számolási stratégiákkal*, kivéve az alábbi négy feladatot: 12 – 8, 12 – 4, 14 – 6, 14 – 8. Az ezzel a stratégiával végzett számításokat az egy-mínusz-egy táblázatban* fehér szín jelöli.

A buktatók elkerülése

A gyermek már elsajátította és gyakorolta az alábbi számolási stratégiákat* a tízesátlépésekhez:

Felzés 20-AS SZK / 28, „Az 5-ös ereje”* 20-AS SZK / 29, A tízes közelsége* (11 – __, __ – 9) 20-AS SZK / 30, A tízes közelsége* (az eredmény: 9, számszomszédos feladatok*) 20-AS SZK / 31

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számolási stratégiák* gondolkodási folyamatainak automatizálása saját készítésű kartotékkártyák segítségével.

Egy számítást feljegyzünk egy A7-es kartotékkártyára. A hátoldalra felírjuk, hogy melyik számolási stratégiával* számítjuk ki a feladatot vagy melyik feladat segíthet (pl. első oldal: 14 – 7, hátoldal: 7 + 7, első oldal: 14 – 9, hátoldal: 14 – 10).

Ezeket a kártyákat a gyermekkel közösen dolgozunk ki és a rendszeres gyakorláshoz használjuk.

Számolási stratégiák használata tízesátlépésnél

FEJLESZTÉS **20-AS SZK/32**

Így járj el!

- Eszközök:** Az egy-mínusz-egy táblázat* fekete-fehér számítási kártyái tízesátlépéssel*, (színes) egy-mínusz-egy táblázat, papír és toll
- Nyelv:** Felezés, „Az 5-ös ereje”*, A tízes közelsége* ($11 - \underline{\quad} - 9$), A tízes közelsége* (az eredmény: 9, számszomszédos feladatok*)
Mi tűnik fel? Hogyan tudsz számolni? Melyik számítás segít?
- Cselekvés:**
- A tanító feladatokat tesz le két számolási stratégiának* megfelelően.
A gyermek kiválogatja a feladatokat számolási stratégia* szerint és jellemzi azokat.
 - A **négy feladat számítási kártyás feladatai** $12 - 4$, $12 - 8$, $14 - 6$, $14 - 8$:
Ezeknél a számításoknál a gyermek átgondolja, hogy melyik feladat segíthet a megoldásban.
 $12 - 4 \rightarrow 12 - 5$ vagy $12 - 2 - 2$
 $12 - 8 \rightarrow 12 - 10$, $10 - 8$
 $14 - 6 \rightarrow 15 - 6$, $14 - 5$
 $14 - 8 \rightarrow 14 - 10$, $15 - 8$
 - A számítások egymásra irányuló kapcsolatának felfedezése:
A tanító lejegyzi: $12 - 9$, $13 - 9$, $14 - 9$ „**Találd meg a következő lehetséges feladatot!**” ($15 - 9$)
- Változat:**
- Más lehetőség is van, ami szerint szét lehet őket válogatni (ld egy-mínusz-egy táblázat* színes változata).
Némelyik számításhoz több számolási stratégia* is illik.

Itt találod a FOLYTATÁST!



- Szép csomagok* megkeresése önállóan

Szójegyzék

Az összeadás megértése

Az összeadást hozzáadásként, összegzésként és összehasonlításként kell értelmezni:

- Hozzáadás: „*Van három korongom és kapok még hozzá 2-t. Hány korongom van **most**?*”
- Összegzés: „*Nekem 5 korongom van. Neked három korongod van. Hány korongunk van **összesen**?*”
- Összehasonlítás: „*Nekem 4 korongom van. Neked 2 koronggal **több** van. Hány korongod van?*”

Analógiás feladatok

Az analógiás feladatok olyan feladatok, amelyeket egy kisebb számkörrel átültetünk egy nagyobb számkörre ill. fordítva, pl. $5 + 3 = 8$ / $15 + 3 = 18$, vagy akár $50 + 30 = 80$.

Villámgyakorlat

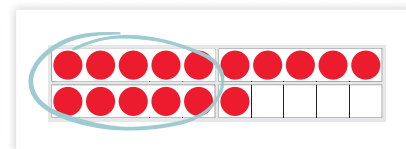
A tanító röviden megmutat egy feladatot, amit számlálás nélkül kell megoldani.

Vö. → „Kvázi-szimultán felismerés”

Tömbösített ábrázolás a húszas mezőben

A gyermek a két ötkorongos számolószalagot a bal oldalon egy tízes tömbnek látja.

Vö. → Lineáris ábrázolás a húszas mezőben



Decimális felépítés

Egy helyiérték tíz eleme ugyanannyi, mint az egyvel nagyobb helyiérték eleme:

pl. 10 egyes = 1 tízes, 10 tízes = 1 száz, ...

A tízes csoportosítás (10 e = 1 t) és az egyes egységek felbontásának (1 t = 10 e) megértése a biztos számolás alapvető előfeltétele.

Szójegyzék

Egy-mínusz-egy táblázat

Az egy-mínusz-egy táblázaton többféle matematikai szerkezetet is meg lehet világítani:

- A 10-es számkör minden feladatát
- A 20-as számkör minden tízesátlépését
- Felcseréléses feladatokat
- Feladatokat és azok számolási stratégiáit:
 - Feladatok 0-val ill. 10-zel, vagy ahol az eredmény 0 ill. 10 (sötétzöld)
 - Feladatok –1-gyel, vagy ahol az eredmény 1 (világoszöld)
 - Feladatok –2-vel, vagy ahol az eredmény 2 (zöld)
 - Felezés (piros)
 - Számszomszédos feladatok a felezéses feladatokhoz (rózsaszín)
 - Feladatok –5-tel, vagy ahol az eredmény 5 (sárga)
 - 5 – ___ feladatok (középkék)
 - 10 – ___ feladatok (sötétkék)
 - A 10 számszomszédos feladatai (világoskék)
 - Számszomszédos feladatok más számolási stratégiákhoz (fehér)

0-0	1-0	2-0	3-0	4-0	5-0	6-0	7-0	8-0	9-0	10-0
1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1	7-1	8-1	9-1	10-1	11-1
2-2	3-2	4-2	5-2	6-2	7-2	8-2	9-2	10-2	11-2	12-2
3-3	4-3	5-3	6-3	7-3	8-3	9-3	10-3	11-3	12-3	13-3
4-4	5-4	6-4	7-4	8-4	9-4	10-4	11-4	12-4	13-4	14-4
5-5	6-5	7-5	8-5	9-5	10-5	11-5	12-5	13-5	14-5	15-5
6-6	7-6	8-6	9-6	10-6	11-6	12-6	13-6	14-6	15-6	16-6
7-7	8-7	9-7	10-7	11-7	12-7	13-7	14-7	15-7	16-7	17-7
8-8	9-8	10-8	11-8	12-8	13-8	14-8	15-8	16-8	17-8	18-8
9-9	10-9	11-9	12-9	13-9	14-9	15-9	16-9	17-9	18-9	19-9
10-10	11-10	12-10	13-10	14-10	15-10	16-10	17-10	18-10	19-10	20-10

Egyes feladatokat több számolási stratégiához is hozzá lehet rendelni.

Szójegyzék

Egy-meg-egy táblázat

Az egy-meg-egy táblázaton többféle matematikai szerkezetet is lehet világitani:

- A 10-es számkör minden feladatát
- A 20-as számkör minden tízesátlépését
- Felcseréléses feladatokat
- Feladatokat és azok számolási stratégiáit:
 - Feladatok 0-val és 10-zel (sötétzöld)
 - Feladatok 1-gyel (világoszöld)
 - Feladatok 2-vel (zöld)
 - Duplázás (piros)
 - Duplázás + 1 (rózsaszín)
 - Feladatok 5-tel (sárga)
 - Az 5 bontásával kapcsolatos feladatok (középkék)
 - A 10 bontásával kapcsolatos feladatok (sötétkék)
 - A 10 számszomszédos feladatai (világoskék)
 - A + 5 számszomszédos feladatai tízesátlépéssel (fehér)

0+0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9	0+10
1+0	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+0	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+0	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+0	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+0	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+0	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+0	7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+0	8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+0	9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+0	10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

Egyes feladatokat több számolási stratégiához is hozzá lehet rendelni.

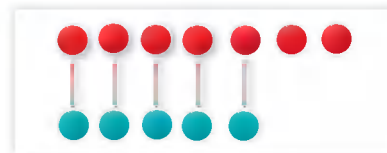
Szójegyzék

Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés

Két halmaz összehasonlításánál a gyermek egy halmaz minden eleméhez a másik halmaz pontosan egy elemét rendeli hozzá.

Ugyanez történik a számlálás során:

a gyermek egy halmaz minden eleméhez egy számnevet rendel hozzá.



Ujjképek

A gyermek a mennyiségeket ujjképek (ill. ujjképkártyák) és „az 5-ös ereje” segítségével ábrázolja, pl. $5 + 1 = 6$.

A gyermek az ujjakat spontán módon mutatja fel, nem egyesével számlálja le.

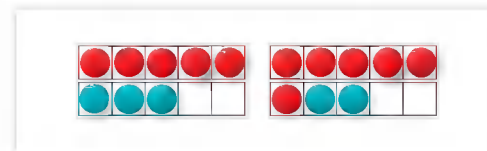
Az ujjképek és a kézzel való bontás a számítás számlálás nélkül számolás alapja.



„Ellenkező irányú megváltoztatás“

Ha egy részhalmaz egy elemét hozzáadjuk egy másik részhalmazhoz, akkor az egyik részmennyiség eggyel kisebb a másik pedig eggyel nagyobb lesz.

A végösszeg ugyanannyi marad, pl. $5 + 3 \rightarrow 6 + 2$.



A számok kézzel való bontása

A számok bontásait (pl.: $5 = 3 + 2$ / $5 + 3 = 8$ / $8 + 2 = 10$) az ujjképek segítségével világítjuk meg.

A gyermek figyelmét nem csupán a kinyújtott, hanem a behajtott ujjakra is ráirányítjuk („pillantás a tízesre”).

Szójegyzék

Tőszám

A tőszám (a számnév) adja meg, hogy hány elemből áll egy halmaz: „*Itt van öt korong.*”
(= Válasz a kérdésre: „*Hány korong van itt?*”) Vö. → Sorszám

A mennyiség állandósága

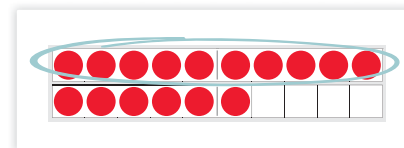
Egy halmaz elemeinek a száma ugyanannyi marad, függetlenül attól, hogy milyen sorrendben vannak, milyen nagyok és mekkora közöttük a távolság.

„Az 5-ös ereje”

Az 5-ös mennyiséget egy pillantás alatt, „kvázi-szimultán” módon ismeri fel a gyermek. Ez segít a mennyiségek számlálás nélküli meghatározásában és egy számítás számlálás nélküli megoldásában, pl. $5 + 2$, $7 - 5$.

Lineáris ábrázolás a húszas mezőben

A tízest egy tízes sorként (10 db egy sorban) érzékeljük.
Vö. → Tömbösített ábrázolás a húszas mezőben



Számszomszédos feladatok

- a 10-es számkörben, pl. $3 + 3 \rightarrow 3 + 4$
- a 20-as számkörben, pl. $5 + 8 \rightarrow 6 + 8$

Számítás számlálás nélkül

A gyermek különböző számítási stratégiákat alkalmaz, hogy az eredményt számolással, matematikai megértéssel határozza meg, ne pedig számlálással.

Szójegyzék

Sorszám

A sorszám jelzi, hogy egy rendszerezett halmaz melyik eleméről van szó: „Az **ötödik** korong piros.”
(= Válasz a kérdésre: „*Hányadik korong az?*”) Vö. → Tőszám

Egy mennyiség „kvázi-szimultán felismerése”

A gyermek a rendezetlen mennyiségeket 4-től vagy 5-től vizuálisan ismert részhalmazokra osztja/rendezi, és a részhalmazok összeadásával egy pillantással felismeri. Ezt a készséget használja a tízes ill. húszas mezőben is a mennyiség megállapításához.



Számolási stratégiák

A gyermek számolási stratégiák segítségével a számításokat matematikai megértéssel és nem számlálva oldja meg (pl. a számok kézzel való bontásai, felcseréléses feladatok, fordított műveletes ellenőrző feladatok, számszomszédos feladatok, analógiás feladatok, tízes bontása).

Ha ezek a stratégiák bevésődtek, akkor alapeladatokként lehet őket használni a levezetéshez (pl. számszomszédos feladatok és analógiás feladatok).

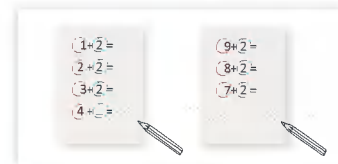
„Szép csomagok” – Minták a feladatoknál

Egy „szép csomag” számítások csoportja, amik kapcsolatban állnak egymással.

A gyermeknek fel kell ismernie és le kell írnia a mintát (a színek segítenek a képen).

A „szép csomagot” folytatni is lehet, vagy sajátokat is ki lehet találni.

Olyan feladatot is tartalmazhatnak, ami nem illik a mintába és amit úgy is kell felismerni.



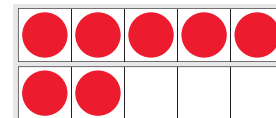
Szójegyzék

Helyiérték rendszer

Az egyeseket, tízeseket, százakat stb. helyiértéknek nevezzük. Egy szám számjegyekből áll. Attól függően, hogy melyik helyen áll a számjegy, más helyiértékkel rendelkezik: pl. $11 = 1t$ és $1e$.

Rendszerezett mennyiségek

A mennyiségeket 5-től rendszerezett eszközökkel (ujjképek, tízes mező, húszas mező) ábrázoljuk, a „kvázi-szimultán” felismerés elősegítése és a számlálás elkerülése érdekében. A rendszerezett mennyiségek felmérése a számolási stratégiák alkalmazásának előfeltétele.



A kivonás megértése

A kivonást elvételként, kiegészítésként és összehasonlításaként kell értelmezni.

Levonás: „*Nekem 7 korongom van. Elveszek 3 korongot. Hány korongom van **most?***”

Kiegészítés: „*Nekem 3 korongom van. Szeretném, hogy 5 korongom legyen. Hány korong **hiányzik még** ehhez?*”

Összehasonlítás: „*Nekem 8 korongom van. Neked 5 korongod van. **Hány** koronggal van neked **kevesebb?***”

Felcseréléses feladat

pl. $5 + 1 = 1 + 5$ (kommutatív szabály)

A felcserélhetőség törvénye csak az összeadás és szorzás esetén alkalmazható.

Az eredmény ugyanaz marad, még ha az összeadás tagjait, illetve a szorzás tényezőit fel is cseréljük egymással.

Szójegyzék

„Rész-egész elv”

Egy mennyiséget részhalmazokra osztunk.

A részhalmazok összege adja az egészet. (pl. $5 = 4 + 1$, $5 = 2 + 2 + 1$, $13 = 10 + 3$, $13 = 5 + 5 + 3$)

Fordított műveletes ellenőrző feladatok

Összefüggésbe hozzuk egymással az összeadást és a kivonást: pl. $7 + 3 = 10 \rightarrow 10 - 3 = 7$

„Először ___ adok hozzá. Ezután pedig kivonok belőle ugyanannyit.”

„Fordítások”

A „fordítások” a különböző ábrázolási formák változtatása és összekapcsolása. Így lehet felépíteni és elmélyíteni a matematikai megértést.

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgál a „fordítások” kiindulási pontjaként.

A tízes közelsége – Feladatok a 10 közelében

A tízes bontások számszomszédos feladatai vagy feladatok 10-zel, pl.:

$$8 + 3 \rightarrow 8 + 2$$

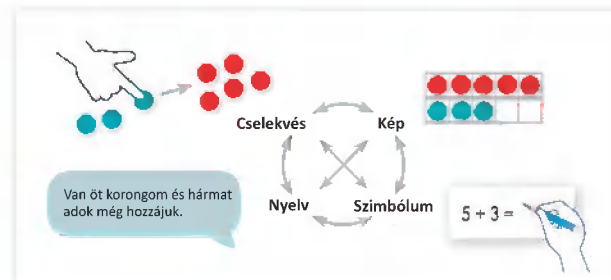
$$11 - 7 \rightarrow 10 - 7$$

$$14 - 9 \rightarrow 14 - 10$$

Tízes bontás – Tízes összeg („tízes párok”)

A tízes bontásnál két adott részhalmaz összege mindig 10: pl. $6 + 4 = 10$

Ezt a tudást alkalmazzuk a kivonásnál is: pl. $10 - 4 = 6$



Irodalomjegyzék



- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018): Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen. So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus
Online: www.isb.bayern.de › materialien › rechenschwierigkeiten (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Bildungsministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2019): Die schulische Behandlung der Rechenschwäche. Eine Handreichung. Bécs: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung
- Chaudhuri Ursula (2009): Mit Fehlern rechnen: Fehlerhafte Rechenstrategien erkennen – individuelle Lösungswege finden. Donauwörth: Auer
- Fritz Annemarie, Schmidt Siegbert, Ricken Gabi (Szerk.) (2017): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz
- Gaidoschik Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Bécs: öbvht
- Gaidoschik Michael (2008): Rechenschwäche – Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrer/-innen und Eltern (1. bis 4. Klasse). Hamburg: Persen
- Gerster Hans-Dieter, Schlutz Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg im Breisgau: Pädagogische Hochschule Freiburg. Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken
Online: phfr.bsz-bw.de › files › gerster (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Götze Daniela (2015): Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen
- Götze Daniela, Hang Evelyn (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Sprache zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Götze Daniela, Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht. Hannover: Klett, Kallmeyer
- Häsel-Weide Uta, Moser Opitz Elisabeth (2013): Ablösung vom zählenden Rechnen. Seelze: Kallmeyer

Irodalomjegyzék



- Häsel-Weide Uta, Nührenberger Marcus (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Lernen zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Lorenz Jens Holger (2016): Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung. Stuttgart: Kohlhammer
- Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft (2019): Auf dem Weg zum denkenden Rechnen. Anregungen für die Diagnose und Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten. Berlin: iMINT Akademie, Sinus Grundschule
Online: bildungsserver.berlin-brandenburg.de › Materialien zum Download › Diagnose und Förderkartei (utolsó megtekintés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Scherer Petra, Moser Opitz Elisabeth (2012): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Bielefeld: Spektrum Akademischer Verlag
- Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele. Seelze: Kallmeyer
- Wittmann Erich Ch., Müller Gerhard N. (2017): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett

Weblinkeek:

- Das Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens: www.recheninstitut.at (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: kira.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: pikas.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: primakom.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: mahiko.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Mathematische Institute zur Behandlung der Rechenschwäche / Dyskalkulie:
www.rechenschwaeche.de/Kopf_und_Zahl/Kopf_und_Zahl_Ueberblick.html (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)





A Matematika-Fejlesztőkartotékot a
<https://europabuero.wien/startboxmathematik>
linken lehet letölteni.

